

Действие на магнитно поле върху проводник, по който тече електричен ток. Закон на Ампер. Сили на взаимодействие между два безкрайно дълги успоредни проводника. Работа при движение на проводник с ток в магнитно поле. Магнитен поток. Закон на Гаус за магнитния поток. Циркулация на вектора на магнитната индукция

Действие на магнитно поле върху проводник, по който тече електричен ток. Закон на Ампер

Вече установихме, че около проводници, по които тече електричен ток се създава магнитно поле. Ако такъв проводник с ток се постави във външно магнитно поле, естествено е да се предположи, че неговото магнитно поле и външното магнитно поле ще си взаимодействат по някакъв начин, т.е. на проводника ще действа някаква сила. Ние използвахме този факт при дефинирането на величината магнитна индукция. Правоъгълната рамка с ток се завърта във външно магнитно поле, докато магнитният ѝ момент се ориентира по посока на външното магнитно поле. Ампер е изследвал как действа магнитното поле върху линеен проводник, по който тече ток. Той е установил, че при внасяне на проводника в хомогенно магнитно поле, полето действа на проводника с определена сила, чиято големина и посока определил експериментално. Оказало се, че **силата, която действа на малък елемент $d\vec{l}$ от проводника (фиг. 1) е пропорционална на големината на тока I , дължината на елемента $d\vec{l}$ и големината на магнитната индукция $\vec{B}$ на външното поле, като зависи и от взаимната ориентация на полето и проводника (ъгълът между $d\vec{l}$ и $\vec{B}$):**

$$(1) \quad d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

Полученият израз (1) носи името **закон на Ампер**. Посоката на вектора $d\vec{l}$ е в посоката на тока. Посоката на силата се определя от посоката на векторното произведение $d\vec{l} \times \vec{B}$ и следователно винаги е перпендикулярна на проводника, защото е перпендикулярна на вектора $d\vec{l}$ (фиг. 1). Ако проводникът не е закрепен, той ще започне да се движи в магнитното поле (в показания на фиг. 1 случай посоката на силата е към нас). Ако токът тече в противоположната посока, посоката на силата също ще бъде противоположна (сменя се посоката на $d\vec{l}$, а следователно и на векторното произведение). Това обяснява завъртането на рамката, по която тече ток, в магнитно поле – по двете срещуположни страни на рамката токовете текат в противоположни посоки и силите, които им действат са също в противоположни посоки. Така се създава двойка сили, които създават въртящият момент $\vec{M}$, завъртащ рамката. Когато равнината на рамката стане перпендикулярна на магнитното поле, посоките на силите върху всички страни са в равнината на рамката – те не могат повече да я въртят, а само да я разтягат. Затова рамката се установява в това положение на устойчиво равновесие.

Големината на силата на Ампер се определя от равенството:

$$(2) \quad dF = IB dl \sin \alpha,$$

където α е ъгълът между посоките на векторите $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ (фиг. 1). Силата ще бъде максимална когато проводникът е перпендикулярен на полето ($\sin \alpha = 1$). Ако искаме да определим силата на Ампер, действаща на целия проводник, трябва да интегрираме (1) или (2) по цялата дължина l на проводника. Когато проводникът е праволинеен (тогава всички елементи $d\vec{l}$ сключват с $\vec{B}$ еднакви ъгли α), токът I е постоянен и магнитното поле е еднородно ($\vec{B} = \text{const}$) ще получим:

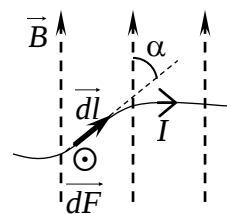
$$F = \int_l dF = IB \sin \alpha \int_l dl = IB l \sin \alpha,$$

т.е. виждаме, че силата на Ампер, която действа на целия проводник, зависи и от дължината на проводника.

Електродвигател ...

Сили на взаимодействие между два безкрайно дълги успоредни проводника

Ампер е изследвал експериментално и друго явление – взаимодействие на проводници, по които тече електричен ток. Магнитното поле, което се създава около проводник с ток, би трябвало да влияе на всеки друг проводник с ток в околността на първия. Също така и полето, което създава вторият проводник, трябва да влияе на първия, т.е. двата проводника ще си взаимодействат. Ампер е установил експериментално, че ако токовете в двата проводника текат в една посока, те се привличат, а ако са в



фиг. 1

противоположни посоки – се отблъскват. Ще покажем, че това е така, като разгледаме най-простият случай – два безкрайно дълги успоредни проводника.

Нека по два успоредни, безкрайно дълги проводника, на разстояние a един от друг във вакуум, протичат токове I_1 и I_2 в една и съща посока (фиг. 2). Първият проводник създава магнитно поле с индукция $\vec{B}_1$, която на мястото, в което се намира вторият проводник има посока към чертежа и големина:

$$(3) B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{a}.$$

Следователно, вторият проводник се намира в магнитно поле с индукция $\vec{B}_1$ и съгласно (1) на всеки елемент $d\vec{l}$ от него ще действа сила $d\vec{F}_2$, насочена към първия проводник, с големина (2), (3):

$$dF_2 = I_2 B_1 dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2 I_1}{a} dl,$$

тъй като $d\vec{l} \perp \vec{B}_1$ и $\sin\alpha=1$. Аналогично, вторият проводник създава магнитно поле, с индукция $\vec{B}_2$, която на мястото, в което се намира първият проводник има посока към нас и големината:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2}{a},$$

а силата, която действа на всеки елемент $d\vec{l}$ от първия проводник, е насочена към втория и големината ѝ е:

$$dF_1 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} dl.$$

Виждаме, че големините на двете сили са равни, те са с противоположни посоки и са сили на привличане. Можем да направим извода, че **два безкрайно дълги, праволинейни, успоредни проводника, на разстояние a един от друг във вакуум, по които протичат токове I_1 и I_2 в една и съща посока (фиг. 2), се привличат** със сила за единица дължина от проводниците:

$$(4) \frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a}.$$

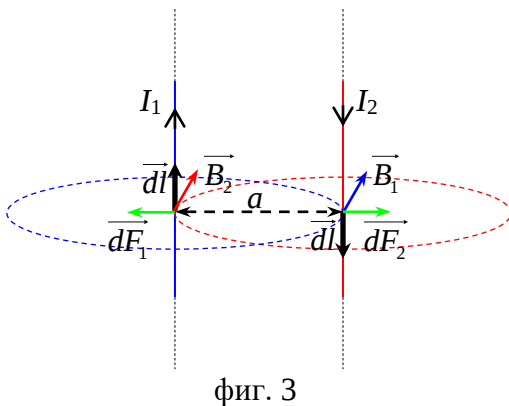
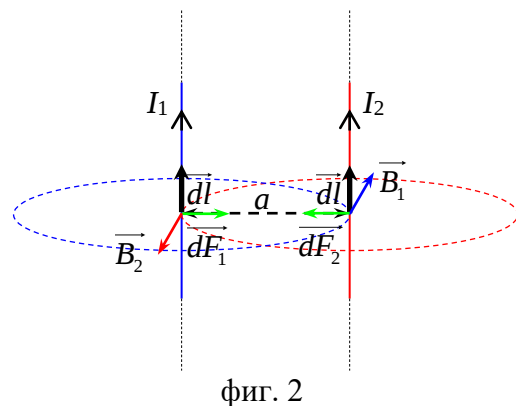
Ако променим посоката на тока в единия от проводниците (напр. I_2 , фиг. 3), големината на силите на взаимодействие няма да се промени. При промяната на тока I_2 обаче се променя на противоположната посоката на индукцията $\vec{B}_2$, а оттам (1) и посоката на силата $d\vec{F}_1$ (посоката на векторното произведение), която действа на първия проводник. Силата $d\vec{F}_2$, която действа на втория проводник, също се променя на противоположната, защото елементът $d\vec{l}$ от втория проводник вече е насочен в противоположната посока, което (1) също променя посоката на векторното произведение. Следователно, **когато токовете протичат в противоположни посоки, силите на взаимодействие също са равни и в противоположни посоки, но са сили на отблъскване.**

Ако не са успоредни ...

От израза (4), като се използва старата дефиниция на мерната единица за големина на тока в система SI – ампер, може да се определи силата на взаимодействие между два успоредни проводника поставени на разстояние 1 m един от друг във вакуум – $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ на всеки метър от тяхната дължина. Като използваме тази стойност, можем да получим и стойността на магнитната константа (магнитната проницаемост на вакуума) μ_0 в система SI. Ако $I_1=I_2=1 \text{ A}$ и $a=1 \text{ m}$, от (4) получаваме:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}.$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$



Мерната единица получаваме като заместим съответните мерни единици в (4).

Работа при движение на проводник с ток в магнитно поле. Магнитен поток

Както казахме, ако проводникът с ток, поставен във външно магнитно поле не е закрепен неподвижно, той ще започне да се премества. Следователно над проводника се извършва работа (действа сила и имаме преместване). Ще пресметнем тази работа в най-простия случай – когато праволинеен проводник, по който тече постоянен ток, се премества в еднородно магнитно поле. Нека да разгледаме правоъгълна рамка, по която тече постоянен ток I , а едната ѝ страна, с дължина l , е подвижно свързана към другите и може свободно (без триене) да се хлъзга по тях (фиг. 4). Ако поставим рамката в магнитно поле с индукция $\vec{B}$, на всяка страна от нея ще действа сила на Ампер и страната, която не е закрепена, ще започне да се движи под действие на тази сила. За малък интервал от време dt тя ще се придвижи на разстояние $d\vec{x}$. В показания случай на фиг. 4 посоката на силата на Ампер, която действа на подвижната страна на рамката, е надясно, а големината ѝ е:

$$F = IBl \sin \alpha,$$

където α е ъгълът, който сключва посоката на тока, който тече по страната l , с посоката на магнитната индукция на външното поле $\vec{B}$. Ще разгледаме най-простия случай, когато подвижната страна е перпендикулярна на посоката на полето ($\alpha = \pi/2$ и $\sin \alpha = 1$) и под действие на силата на Ампер ще извършва само постъпателно движение. Тогава действащата сила ще бъде $F = IBl$ и извършената елементарна работа dA за преместването на проводника на разстояние $d\vec{x}$ ще бъде:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{x} = F dx \cos \beta = IBl dx \cos \beta,$$

където β е ъгълът между посоките на векторите $\vec{F}$ и $d\vec{x}$ (ако равнината на рамката е перпендикулярна на посоката на полето, $\beta = 0$, и $\cos \beta = 1$). Произведението $l dx$ е големината на площта dS (защрихованата площ на фиг. 1), която описва подвижната страна при движението си. Така, за работата dA , получаваме:

$$(5) \quad dA = IBdS \cos \beta.$$

Както се вижда от фиг. 4, ъгълът между нормалата $\vec{n}$ към площта dS (посоката на вектора $d\vec{S}$) и магнитната индукция $\vec{B}$ също е β ($\vec{F} \perp \vec{B}$, $d\vec{x} \perp \vec{n}$). Така произведението $BdS \cos \beta$ прилича на една величина, която въведохме за електростатичното поле (поток на вектора на интензитета $d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = EdS \cos \beta$) и аналогично дефинира потокът $d\Phi_B$ на вектора на магнитната индукция през площта dS , като скаларното произведение на векторите $\vec{B}$ и $d\vec{S} = \vec{n}dS$:

$$(6) \quad d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = BdS \cos \beta.$$

Ако искаме да пресметнем потока на магнитната индукция Φ_B през произволна площ S , трябва да интегрираме (6) по цялата площ:

$$\Phi_B = \int_S d\Phi_B = \int_S B \cos \beta dS.$$

От определението се вижда, че мерната единица за магнитен поток (поток на вектора на магнитната индукция) е $[T \cdot m^2]$ и се нарича вебер $[Wb]$ на името на немския физик В. Вебер. Магнитният поток Φ_B (аналогично на Φ_E за електростатичното поле) е пропорционален на броя на магнитните силови линии, които пресичат перпендикулярно дадената площ S (с противоположни знаци за влизащите и излизащите линии).

Като имаме предвид (6), (5) може да се запише във вида:

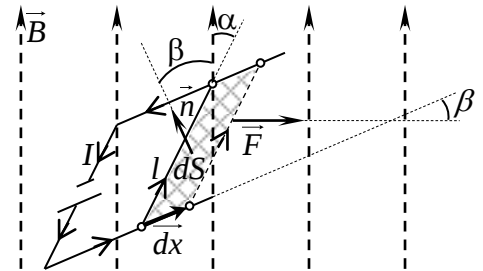
$$(7) \quad dA = Id\Phi_B,$$

където $d\Phi_B$ е магнитният поток през площта dS , която описва проводникът при своето движение.

Формула (3) е валидна за произволен ток (не само за постоянен) и за произволно магнитно поле. Пълната работа A за преместване на проводник, по който тече ток I , на крайно разстояние между положения 1 и 2 в магнитно поле с индукция $\vec{B}$ ще бъде:

$$(8) \quad A = \int_1^2 dA = \int_1^2 Id\Phi_B = \int_S IB \cos \beta dS,$$

където S е площта, която описва проводникът при своето движение.



фиг. 4

Ако токът, който тече по проводника, е постоянен и равнината на контура е перпендикулярна на полето, (8) се опростява значително и можем да запишем:

$$A = I \int_S B dS,$$

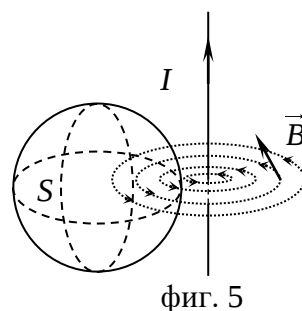
а ако и полето е хомогенно ($\vec{B} = \text{const}$) изразът (8) придобива вида:

$$A = IB \int_S dS = IBS.$$

Закон на Гаус за магнитния поток. Циркулация на вектора на магнитната индукция

Когато говорихме за поток на интензитета на електростатичното поле, ние формулирахме закона на Гаус за потока на интензитета Φ_E през произволна затворена повърхност и видяхме, че този поток е пропорционален на големината на заряда, заграден от тази повърхност. Тук също можем да запишем подобен закон. Казахме, че магнитният поток Φ_B е пропорционален на броя на магнитните силови линии (взети със съответния знак), които пресичат дадената площ. Нека да пресметнем магнитния поток през някаква затворена повърхност, напр. сфера, разположена около праволинеен проводник с ток (фиг. 5). Знаем, че магнитните силови линии са затворени криви, те нямат начало и край. Следователно, ако една силова линия пресича повърхността, напр. влиза в нея, тя не може да завърши някъде вътре в обема, който се загражда от тази повърхност, т.е. трябва и да излезе от повърхността. Тъй като силовите линии, които влизат през повърхността и тези, които излизат, трябва да се отчитат с противоположни знаци, сумата от всички линии, които пресичат повърхността е нула. Следователно магнитният поток през тази повърхност също ще е нула. Това е същността на закона на Гаус за магнитния поток (който може и да се докаже математически) – магнитният поток през произволна затворена повърхност е равен на нула:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$



Ако направим сравнение със закона на Гаус за потока на интензитета на електростатичното поле, ще видим, че законът на Гаус за магнитния поток изразява точно факта, че не съществуват магнитни заряди. Ако такива съществуваша, магнитният поток през затворена повърхност щеше да е пропорционален на големината им.

Ще въведем още една величина за магнитното поле по аналогия със съответната величина за електростатично поле – циркулацията C на вектора на магнитната индукция по затворен контур. Това е интегралът по затворения контур L на вектора на магнитната индукция $\vec{B}$:

$$C = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}.$$

Ние използвахме закона на Гаус в електростатиката за по-лесно пресмятане на интензитета на електростатичното поле. Тук не можем да използваме закона на Гаус за магнитния поток за пресмятане на магнитната индукция. Можем обаче да използваме т.нар. теорема на Ампер за циркулацията на вектора на магнитната индукция – циркулацията C на вектора на магнитната индукция $\vec{B}$ по произволен затворен контур L е равна на сумата от токовете, пресичащи площта S , заградена от контура, умножена с магнитната константа μ_0 (ако средата не е вакуум трябва да умножим с $\mu_0\mu_r$):

$$(9) C = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

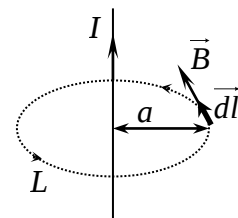
Токовете I_i се вземат със знак "+" когато пресичат площта S по посока на нормалата $\vec{n}$, която сме избрали за положителна и със знак "-" – ако са в обратна посока. Обикновено положителната нормала се избира в така, че погледнато от върха на вектора $\vec{n}$ посоката на обикаляне на контура да е в посока обратна на часовниковата стрелка.

Когато говорихме за електростатичното поле казахме, че циркулацията на вектора на интензитета по затворен контур винаги е равна на нула ($\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$), което беше условието за консервативност

(потенциалност) на полето, тъй като ни дава възможност да въведем еднозначно величината потенциал. Казахме също, че ако циркулацията на вектора не е нула, не можем да въведем еднозначно потенциал за това векторно поле, т.е. от теоремата на Ампер следва, че магнитното поле не е потенциално (консервативно) както електростатичното, а е вихрово.

Теоремата на Ампер (9) също може да се докаже математически. Ние ще покажем валидността ѝ за случая на безкраен праволинеен проводник с ток, тъй като за такъв проводник сме пресмятали магнитната индукция на полето.

Нека пресметнем циркулацията на магнитната индукция (вектора на магнитната индукция $\vec{B}$) на полето, създадено от безкраен праволинеен проводник, по който тече ток I (фиг. 6). Тъй като теоремата на Ампер е валидна за произволен контур, можем да си изберем такъв, че да си улесним максимално пресмятането. Затова избираме окръжност в равнина перпендикулярна на проводника, с център върху проводника и радиус равен на разстоянието a , на което искаме да пресметнем магнитната индукция B (този контур в случая е силовата линия на магнитното поле, която минава през точката, в която ще определяме индукцията). Посоката на обикаляне на контура (т.е. посоката на елемента $d\vec{l}$ от контура) ще изберем по посока на силовата линия – така векторите $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ ще са еднопосочни във всяка точка от контура L . Големината B на магнитната индукция ще бъде една и съща за всички точки от избраната окръжност (от закона на Био – Савар, I , r , и α са едни и същи). Тогава циркулацията на $\vec{B}$ по избраният контур (9) ще бъде:



фиг. 6

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \cos \beta dl = B \oint_L dl = BL = B \cdot 2\pi a = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a}.$$

Тъй като $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ са еднопосочни, $\cos \beta = 1$, а дължината на окръжността $L = 2\pi a$. Стигнахме до същата формула, която получихме и от закона на Био – Савар.

Ще използваме теоремата за циркулацията за да пресметнем магнитната индукция в един много важен в практическо отношение случай – магнитното поле на соленоид.

Соленоидът представлява намотка, по която тече ток. Ако дължината на соленоида е много по голяма от напречното му сечение, можем да го считаме за безкраен. Това доста опростява пресмятанията, затова ще изведем формулата за магнитната индукция на безкраен соленоид. Може да се покаже, че в този случай магнитното поле е съсредоточено във вътрешността на соленоида и е хомогенно, а извън него магнитната индукция е равна на нула (сравнение с две безкрайни заредени равнини, безкраен плосък кондензатор).

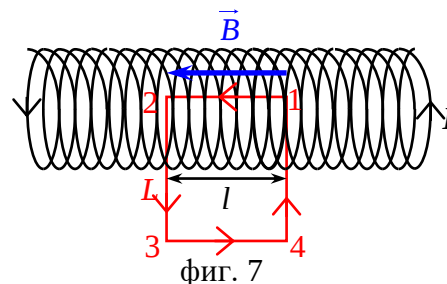
Индукция соленоид ...

Нека да пресметнем големината на магнитната индукция B на безкраен соленоид, по който тече ток I (фиг. 7), като използваме теоремата на Ампер (9). В случая е удобно да си изберем контура L във форма на правоъгълник, две от страните на който се перпендикулярни на соленоида, а другите две са по дължината му, като едната е вътре в него. Циркулацията на вектора на магнитната индукция по този контур ще бъде:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \int_1^2 dl + 0 + 0 + 0 = Bl = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i = \mu_0 NI$$

$$(10) \quad B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I.$$

Вторият и четвъртият интеграл са равни на нула, защото по тези страни векторите $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ са перпендикулярни (скаларното произведение е нула), а третият е нула, защото извън соленоида магнитната индукция $B=0$. Токовете, които преминават през площта на контура са еднопосочни и еднакви по големина ($I_i=I$), а броят им е равен на броя навивки N , които се обхващат от контура. С n сме означили броя навивки на единица дължина $n=N/l$. Така, от формула (10) следва, че **магнитната индукция на полето в безкраен соленоид е пропорционална на тока, който тече в намотката и на броя навивки на единица дължина**. Ако в соленоида поставим някакво вещество, коефициентът на пропорционалност в (10) ще стане $\mu_0 \mu_r$ и ако веществото е феромагнетик с голямо μ_r , ще получим силен електромагнит.



фиг. 7