

Закон на Ом за затворена верига. Правила на Кирхоф. Работа и мощност на електричния ток. Закон на Джаул – Ленц за топлинното действие на електричния ток. Класическа електронна теория за проводимостта на металите. Извод на законите на Ом и Джаул – Ленц на базата на класическата теория

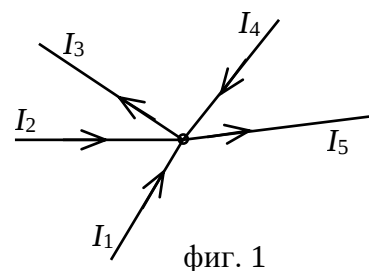
Закон на Ом за затворена верига. Правила на Кирхоф

Досега разглеждахме част от електрична верига между две точки. Ако съединим точките **1** и **2** ще свържем затворена верига, тогава потенциалите ϕ_1 и ϕ_2 на електростатичното поле в тези точки са равни ($\Delta\phi_{12}=0$), напрежението $U_{12} = \mathcal{E}_{12}$ и получаваме **законът на Ом за затворена неразклонена верига**:

$$(1) I = \frac{\mathcal{E}_{12}}{R_{12} + r}.$$

В този вид законът може да се използва не само за затворена верига, а и за произволен затворен контур на сложна разклонена верига. Формула (1), заедно със закона за запазване на електричния заряд ни дава възможност да пресметнем токовете в различните клонове на разклонената верига, ако знаем стойностите на съпротивления и електродвижещите напрежения. На основата на тези две закономерности, в електротехниката са формулирани две правила, наречени правила на Кирхоф за разклонени електрични вериги. Първото правило, наречено правило на възлите (фиг. 1), гласи: **алгебричната сума от големините на токовете, събиращи се в един възел, е равна на нула**

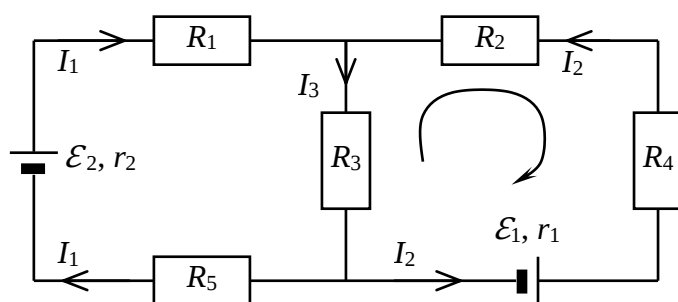
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$



Големините на токовете, които влизат във възела (на фиг. 1 това са I_1 , I_2 и I_4) се взимат със знак плюс, а токовете, които излизат – със знак минус. С други думи, сумата от токовете, които влизат във един възел трябва да е равна на сумата от токовете, които излизат от него. Това е пряко следствие от ЗЗЕЗ. Второто правило, наречено правило на контурите (фиг. 2) е пряко приложение на (1) – **във всеки произволно избран затворен контур от една разклонена верига алгебричната сума от падовете на напреженията върху съпротивления в отделните участъци на контура е равна на алгебричната сума от електродвижещите напрежения в тези участъци**:

$$(2) \sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i.$$

Знаците на токовете и ЕДН се определят, като предварително се избере посока на обхождане на контура – токовете, чиято посока съвпада с посоката на обхождане на контура, се взимат със знак плюс и ЕДН, които създават ток по посоката на обхождане, се взимат със знак плюс. Например за избрания контур на фиг. 2, всички токове (I_2 и I_3), както и ЕДН $\mathcal{E}_1$, ще бъдат със знак минус при избраната посока на обхождане. Ако изберем обратна посока на обхождане, ще се променят знаците на всички токове и ЕДН, т.е. и лявата и дясната част на (2) ще си сменят знаците. Следователно, можем да избираме произволно посоката на обхождане.



фиг. 2

Работа и мощност на електричния ток. Закон на Джаул – Ленц за топлинното действие на електричния ток

Експериментално установен факт е загряването на металните проводници при протичане на електричен ток през тях. Топлинната енергия, която се отделя, е свързана с допълнителната кинетична енергия, която получават електроните от източника на електрична енергия, създаващ полето в проводника. Електроните губят кинетичната си енергия при удари с йоните на кристалната решетка. Това води до повишаване на температурата на метала (а следователно и на вътрешната енергия), тъй като градивните му частици увеличават кинетичната си енергия на трептене. Тази допълнителна вътрешна енергия се отделя под формата на топлина. Ако предположим, че при всеки от тези удари електронът отдава цялата допълнителна енергия, която е получил от полето между два последователни удара, количеството топлина, което се отделя, трябва да е равно на общата работа на електростатичните и страничните сили за пренасянето му на това разстояние. За малък интервал от време dt през

проводника се пренася заряд dq . Работата dA (а съответно и отделеното количество топлина dQ), за пренасяне на този заряд, се определя от големината на заряда и приложеното напрежение между краищата на проводника:

$$(3) \quad dQ = dA = dqU = UI dt.$$

Тази зависимост (3) изразява закона на Джаул – Ленц за топлинното действие на електричния ток – отделеното количество топлина в един метален проводник е пропорционално на пада на напрежението върху проводника, токът, който протича в него и времето, за което протича токът. Като използваме законът на Ом можем да получим още две еквивалентни формули за закона на Джаул – Ленц, чрез съпротивлението на проводника:

$$dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

От закона на Джаул – Ленц можем да получим още една важна характеристика на електричния ток – неговата топлинна мощност. Както знаем, мощността се дефинира като работата, извършена за единица време. Следователно за мощността (топлинната мощност) на тока ще получим:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{dQ}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Мощност – особености ...

Мерната единица за мощност е ват [W]. Чрез мощността можем да получим още две еквивалентни формулировки на закона на Джаул – Ленц, които се използват в електротехниката – законът на Джаул – Ленц в диференциална форма:

$$P = I^2 R = j^2 S^2 \rho \frac{l}{S} = j^2 \rho S l = j^2 \rho V,$$

$$p = \frac{dP}{dV} = \rho j^2,$$

като p е т.нар. специфична мощност (отделената мощност в единица обем). Ако използваме диференциалната форма на закона на Ом ще получим и другата формулировка:

$$p = \rho j^2 = \rho \sigma^2 E^2 = \sigma E^2.$$

Експериментални доказателства за електронната проводимост на металите. Класическа електронна теория на Друде

За да се обясни добрата електропроводност на металите, трябва първо да се установи какви са носителите на тока в тях. Първите експерименти в тази насока са проведени в началото на 20 век. Установено е, че носителите на тока не са атомите на металите, а частици, които са едни и същи във всички метали. Това е резултатът от опита на Рике, проведен през 1901-1902 г. Той е направил съставен проводник от два медни и един алуминиев цилиндър (поставен между медните), през които е пропускат ток в течение на една година. Претеглянето на цилиндрите преди и след експеримента не е показало разлика в масите на цилиндрите, което значи, че не са пренесени атоми от единия метал в другия. Следващият етап е определяне на масата и заряда на преносителите на тока, за да се установи, дали това не са наскоро откритите от Томсън електрони. Идеята на експериментите е проста – ако в метала има заредени частици, които са слабо свързани (носителите на тока в проводника трябва да са почти свободни, тъй като и много малка потенциална разлика между краищата предизвиква протичане на ток), те трябва да се преместят вътре в метала, ако ние го подложим на движение с голямо ускорение (например при рязко спиране). Това ще създаде токов импулс, който може да се установи с галванометър (амперметър с голяма чувствителност, който може да отчита слаби токове и в двете посоки). От големината на тока можем да определим отношението на големината на заряда към масата (e/m), а от посоката на тока – знака на заряда. Оказало се, че зарядите са отрицателни, а e/m е много близко до съотношението за електрона. Така експериментално е доказано, че носителите на тока в металите са електроните.

На базата на резултатите от тези експерименти, Друде създава класическата теория за проводимостта на металите, която по-късно е усъвършенствана от Лоренц. Основното предположение в теорията на Друде е, че електроните в металите се държат като едноатомен идеален газ. Между всеки два удара с йон от кристалната решетка те се движат свободно и изминават някакво средно разстояние l . Големината на скоростта им на движение е средната топлинна скорост u . Ако в проводника създадем електрично поле с постоянен интензитет E , електроните ще получат допълнителна кинетична енергия T

и допълнителна скорост на насочено движение v . Тази скорост v се оказва много по-малка от топлинната u ($u \sim 10^5$ m/s, докато $v \sim 10^{-3}$ m/s, дори и при максималните токове, които можем да създадем).

Защо светва крушката ...

Допълнителната кинетична енергия, която получават електроните, зависи от максималната скорост на насочено движение $v_{\max}$, която те получават в края на свободния си пробег:

$$(4) T = \frac{1}{2} m v_{\max}^2.$$

Второто предположение на теорията е, че електроните предават цялата допълнителна енергия на йона при удар с него, т.е. след удара скоростта $v=0$ и електрона започва да се ускорява в полето без начална скорост.

Третото предположение (приближение) е, че всички електрони се движат с една и съща топлинна скорост, т.е. не се отчита разпределението на електроните по скорости. В такъв случай времето между два удара τ е едно и също за всеки електрон и между всеки два удара:

$$(5) \tau = \frac{l}{u+v} \approx \frac{l}{u},$$

тъй като $v \ll u$ и тогава $u+v \approx u$. За единица време всеки електрон изпитва средно z удара с йони от кристалната решетка:

$$(6) z = \frac{1}{\tau} = \frac{u}{l}.$$

От тези три основни предположение може да се изведат основните експериментално получени закони за електричния ток – законът на Ом и законът на Джаул – Ленц, както и други експериментално получени съотношения за основни характеристики на металите.

Извод на основните закони за електричния ток – закон на Ом и закон на Джаул – Ленц.

Нека в проводник да е създадено електрично поле с постоянен интензитет E . Под действие на полето електроните започват да се ускоряват без начална скорост. Тъй като интензитета на полето е постоянен, силата също ще бъде постоянна, а следователно и ускорението на електроните ще бъде постоянно:

$$F = eE = ma,$$

$$(7) a = \frac{eE}{m}.$$

В такъв случай електроните се движат праволинейно равноускорително без начална скорост и скоростта им $v_{\max}$ в края на пробега след време $t=\tau$ (в момента на удара с йон от кристалната решетка) ще бъде:

$$(8) v_{\max} = at = \frac{eE}{m} \tau = \frac{eEl}{mu}.$$

Използвахме получените съотношения (5) и (7). Скоростта на електрона се изменя линейно по време на свободния му пробег между два удара, затова средната скорост на насочено движение v ще бъде половината от максималната:

$$v = \frac{el}{2mu} E = kE.$$

Получихме връзката между скоростта v и интензитета на полето E , за която казахме, че трябва да съществува. Виждаме и колко е стойността на коефициента k :

$$k = \frac{el}{2mu}.$$

Като заместим v във формулата за плътността на тока ще получим закона на Ом в диференциална форма:

$$j = nev = \frac{ne^2 l}{2mu} E = \sigma E.$$

Виждаме, че специфичната проводимост σ (за метални проводници) е константа, която зависи само от веществото на проводника, а не от приложеното поле:

$$(9) \sigma = \frac{ne^2 l}{2mu}.$$

Според второто предположение, електроните отдават цялата допълнителна енергия (4), която са получили от полето на йоните от кристалната решетка. Това повишава вътрешната енергия на метала, а следователно и температурата му. За да се запази топлинното равновесие с околната среда, тази енергия трябва да се излъчи под формата на топлина. Количеството топлина Q , отделено за единица време в целия проводник (топлинната мощност P) ще се дава от произведението на броя на електроните в проводника N , броя на ударите на един електрон за единица време z (6) и енергията T , която отдава един електрон за един удар (4), като максималната му скорост се дава от (8):

$$\frac{dQ}{dt} = P = NzT = N \frac{u}{l} \frac{1}{2} \frac{me^2 l^2}{m^2 u^2} E^2 = N \frac{e^2 l}{2mu} E^2.$$

Тогава специфичната топлинна мощност p (мощността отделена в единица обем) ще бъде:

$$p = \frac{P}{V} = \frac{N}{V} \frac{e^2 l}{2mu} E^2 = \frac{ne^2 l}{2mu} E^2 = \sigma E^2.$$

Концентрацията $n=N/V$ (броят електрони в единица обем). Получихме закона на Джаул – Ленц в диференциална форма.

Недостатъци на класическата теория на Друде – Лоренц

Сериозни недостатъци на класическата електронна теория се появяват още при опита ѝ за усъвършенстване от Лоренц, който отчел факта, че не всички електрони се движат с еднакви скорости. Оказало се, че усъвършенстваната теория по-лошо се съгласува с експерименталните факти.

Друг сериозен проблем възниква в самата теория, при обяснението на линейната зависимост на съпротивлението (и на специфичното електрично съпротивление ρ) от температурата. Според (9) и изводите за зависимостта между скоростта на молекулите на идеалния газ и температурата на газа

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{3}{2} kT :$$

$$u^2 \sim T \Rightarrow u \sim \sqrt{T}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \sim u \sim \sqrt{T} .$$

Този резултат противоречи на експерименталния факт, че зависимостта на електричното съпротивление R (а следователно и на ρ) от температурата е линейна (т.е. $\rho \sim T$).

Класическата електронна теория на Друде – Лоренц не може да даде задоволително количествено обяснение и на други експериментални факти – топлинните капацитети на металите, свободния пробег на електроните в метала и др. Все пак тя дава качествено обяснение на много важни закономерности, т.е. тя може да се използва като основа на по-съвършена теория. По-точни количествени оценки на наблюдаваните експериментални факти са направени в квантовата теория за проводимостта на металите.