

Интерференция на вълни. Стоящи вълни

Интерференция на вълни

Досега разглеждахме случаи, когато в дадена среда се разпространява само една вълна (от един източник). Ако в средата се намират два или повече източника, в някои точки от пространството около тях вълните се пресичат, т.е. тези точки ще участват едновременно в няколко трептения. Като имаме предвид векторното представяне на трептенията, можем да използваме принципа на суперпозицията за получаване на резултантните трептения на частиците в тези точки, т.е. за вълните също е валиден принципът на суперпозицията. След точките на наслагването всяка от вълните продължава разпространението си в своята посока независимо от другите. Опитът показва, че при пресичането на две или повече вълни те не взаимодействат помежду си и поведението на всяка от тях е такова, каквото би било и в отсъствие на другите (това се отнася само за среди, които не променят свойствата си от разпространяващите се в тях вълнови процеси).

Ще разгледаме най-простия случай – когато в дадена точка се наслагват трептения, породени от две плоски хармонични вълни

$$y_1 = A_1 \cos \Phi_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1)$$

$$y_2 = A_2 \cos \Phi_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2)$$

разпространяващи се в еднородна среда, т.е. в тази точка трябва да съберем две хармонични трептения. Ако източниците, които пораждат вълните, са **достатъчно близо един до друг (т.е. те са пространствено кохерентни)** трептенията са (почти) в една посока, можем лесно да получим амплитудата на резултантното трептене:

$$(1) A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\Phi}.$$

Виждаме, че амплитудата A на резултантното трептене зависи от фазовата разлика на двете вълни в тази точка:

$$(2) \Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = (\omega_1 - \omega_2)t + (k_2 x_2 - k_1 x_1) + (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Ако фазовата разлика $\Delta\Phi$ зависи от времето t , във всеки момент от време и във всяка точка от средата $\cos\Delta\Phi$ ще се изменя непрекъснато от минималната си стойност -1 до максималната 1 и средното му значение за всеки краен интервал от време ще бъде 0 . Тогава A^2 (а следователно и енергията на вълната в единица обем $w \sim A^2$) ще има една и съща стойност във всички точки от средата – $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ (съответно за интензитета I на вълната ще получим – $I = I_1 + I_2$). Ако тази фазова разлика (2) не зависи от времето, вълните се наричат **времево кохерентни**. Виждаме от (2), че това е възможно само ако двете вълни имат еднакви честоти ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $\omega = 2\pi f$). Тъй като средата е еднородна, скоростите на разпространение на двете вълни (фазовите скорости) също трябва да са равни – $v_1 = v_2 = v$. Но в такъв случай и вълновите числа на двете вълни трябва да са равни – $k_1 = k_2 = k$. Тогава (2) ще придобие вида:

$$(3) \Delta\Phi = k(x_2 - x_1) + (\varphi_1 - \varphi_2),$$

т.е. фазовата разлика на двете кохерентни (пространствено и времево) вълни зависи само разликата в пътищата на вълните до дадената точка $\Delta = x_2 - x_1$. Двете константи φ_1 и φ_2 зависят само от началния момент на двете трептения, породили вълните y_1 и y_2 (това са началните фази на тези трептения), и са еднакви и същи за всички точки от средата. Ако можем да синхронизираме двата източника така, че да започнат трептенията си в един и същ момент, началните им фази φ_1 и φ_2 ще бъдат равни и (3) ще се опрости:

$$(4) \Delta\Phi = k(x_2 - x_1) = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

Ако за дадена точка от средата Δ има такава стойност, че $\Delta\Phi = 2m\pi$, $\cos\Delta\Phi = 1$ и амплитудата A на резултантното трептене (1) и интензитетът I на вълната в тази точка във всеки момент от време ще бъдат:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2} = A_1 + A_2 > \sqrt{A_1^2 + A_2^2},$$
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} > I_1 + I_2,$$

т.е. в тази точка се наблюдава усиление на трептенията (и следователно увеличаване на енергията в тази област) в сравнение с наслагването на некохерентни вълни. В точките, в които Δ има такава стойност,

че $\Delta\Phi=(2m+1)\pi$, $\cos\Delta\Phi=-1$, амплитудата на резултантното трептене (1) и интензитетът I на вълната във всеки момент от време ще бъдат:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = |A_1 - A_2| < \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2} < I_1 + I_2$$

и ще наблюдаваме отслабване на трептенията (намаляване на енергията в тези области) в сравнение с наслагването на некохерентни вълни. Явлението, при което се наблюдава преразпределение на енергията на вълните в средата, вследствие наслагването на две или повече кохерентни вълни се нарича **интерференция**. Точките, в които се наблюдава усилване на трептенията (увеличаване на енергията и интензитета на вълната), се наричат интерференчни максимуми, а тези, в които се наблюдава отслабване на трептенията (намаляване на енергията и интензитета на вълната) – интерференчни минимуми. Местоположението на тези точки се определя само от разликата Δ в пътищата на двете (или повече) вълни от източника до съответната точка. Лесно можем да получим условията за минимум и максимум от (4). Интерференчен максимум се наблюдава в тези точки, за които $\Delta\Phi=2m\pi$:

$$\Delta\Phi = 2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

т.е. в тези точки, за които разликата в пътищата на вълните е четно число полувълни. В точките, за които $\Delta\Phi=(2m+1)\pi$, ще наблюдаваме интерференчен минимум:

$$\Delta\Phi = (2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

т.е. точките, за които разликата в пътищата на вълните е нечетно число полувълни.

Стоящи вълни

Ще разгледаме един интересен в практическо отношение случай на интерференция – когато се наслагват две плоски кохерентни бягащи вълни с еднакви амплитуди, които се разпространяват в противоположни посоки. Явлението се наблюдава при отражение на вълна от преграда, която е перпендикулярна на посоката на разпространение на вълната, и се нарича стояща вълна. Нека да определим резултата от интерференцията на две такива вълни – y_1 и отразената вълна y_2 , разпространяващи се в двете противоположни посоки на оста X (допускаме, че в средата, в която се разпространяват вълните, няма загуба на енергия):

$$y_1 = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A \sin(\omega t + kx)$$

като в случая сме избрали за начален момент на трептенето моментът, в който източникът на трептенията (с координата $x=0$) преминава през равновесното си положение (при $t=0 \rightarrow y_1=0$). Резултантното трептене в произволна точка с координата x съгласно принципа на суперпозицията е:

$$(5) \quad y = y_1 + y_2 = 2A \cos kx \sin \omega t = \pm A^* \sin \omega t,$$

откъдето следва, че в резултат на интерференцията на двете вълни във всяка точка от средата с фиксирана координата x ще се извършва хармонично трептене със същата честота ω , но с друга амплитуда

$$A^* = |2A \cos kx| = \left| 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right|,$$

която зависи само от координатата x . В точките от средата, в които $\cos(2\pi x/\lambda)=0$, $y=0$, т.е. в тях няма трептения ($A^*=0$). В точките, където $\cos(2\pi x/\lambda)=\pm 1$, амплитудата на трептенията е максимална, т.е. $A^*=2A$. Точките от средата, за които е изпълнено условието:

$$(6) \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm (2m+1) \frac{\pi}{2}$$

се наричат възли на стоящата вълна ($A^*=0$), а тези, за които

$$(7) \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 2m \frac{\pi}{2} = \pm m\pi$$

– върхове на стоящата вълна ($A^*=2A$). От (6) и (7) непосредствено следва, че за всеки връх е изпълнено $x=\pm m\lambda/2$, а за всеки възел $x=\pm(m+1/2)\lambda/2$. Лесно може да се покаже, че разстоянието между съседните възли или върхове е равно на $\lambda/2$, а между всеки възел и връх – $\lambda/4$.

Характерните особености на стоящата вълна в сравнение с бягащата са няколко:

- В стоящата вълна амплитудите на трептене са различни в различните точки ($A^*=f(x)$). Съществуват възли и върхове на трептенията. В бягащата вълна всички амплитуди са еднакви (A не зависи от x);
- В областта, заключена между два съседни възела, всички точки от средата трептят с еднаква фаза; при преход към съседната такава област фазите на трептенията се изменят с π (знакът пред $\sin\omega t$ се променя съгласно (5) от „+” на „-” или обратно: от „-” на „+”, $-\sin\omega t = \sin(\omega t \pm \pi)$). Следователно точките от двете страни на даден възел трептят с противоположни фази. В бягащата вълна фазите на трептене зависят от координатата x на точката ($\Phi(t)=(\omega t - kx)$);
- При стоящата вълна не се пренася енергия, тъй като двете наслагващи се вълни пренасят еднаква енергия в две противоположни посоки (амплитудите на двете вълни са еднакви); при бягащата вълна се пренася енергия в посока на разпространението ѝ.