

Адиабатни процеси. Уравнение на Поасон. Работа при изопроцеси

Адиабатни процеси. Уравнение на Поасон

Ще разгледаме още един вид процеси с голямо приложение в техниката – адиабатните процеси. Тези процеси протичат при отсъствие на топлообмен между термодинамичната система и околната среда, т.е. $dQ=0$. Адиабатните процеси също са изопроцеси – при тях не се променя една величина, с която ще се запознаем по-късно – ентропията на системата. Ако запишем първият принцип на термодинамиката за адиабатен процес:

$$(1) \quad dQ = dU + dA = 0,$$

виждаме, че при адиабатните процеси всяко изменение на вътрешната енергия е свързано с извършване на работа от разглежданата система. Ако системата, в която протича процесът, извършва работа, вътрешната ѝ енергия намалява. Когато върху системата се извършва работа, вътрешната ѝ енергия се увеличава. За да бъде един процес адиабатен, той трябва да протича толкова бързо, че да не може да се осъществи топлообмен с околната среда. Строго адиабатни процеси в природата няма. Примери за адиабатни процеси са разширяването и свиването на горещите газове в цилиндриите на двигателите с вътрешно горене, разпространението на звуковите вълни във въздуха и др.

За адиабатните процеси, също както за другите изопроцеси, може да се получи проста зависимост между основните термодинамични параметри, подобна на законите на Бойл – Мариот, Гей-Люсак и Шарл. Нека да разгледаме адиабатен процес от състояние **1** с параметри P_1, V_1, T_1 до състояние **2** с параметри P_2, V_2, T_2 . Ако заместим в (1) изразите за работата и вътрешната енергия, изведени в 18 въпрос, ще получим:

$$(2) \quad \frac{m}{\mu} C_v dT + PdV = 0.$$

Промяната на вътрешната енергия на **1 mol** газ е $dU = C_v dT$, а за произволно количество трябва да умножим по броя на молекулите m/μ . Можем да изразим налягането P от закона на Клапейрон – Менделеев и да го заместим в (2):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow P = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$$

$$\frac{m}{\mu} C_v dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = 0$$

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{dT}{T} = - \frac{R}{C_v} \frac{dV}{V}$$

Ако интегрираме последното равенство от състояние **1** до състояние **2** ще получим връзка между обема V и температурата T :

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{R}{C_v} \frac{dV}{V} = - \frac{R}{C_v} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - \frac{C_p - C_v}{C_v} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \left(1 - \frac{C_p}{C_v}\right) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \quad \left(\gamma = \frac{C_p}{C_v}\right)$$

$$\ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = (1 - \gamma) \ln V \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = (1 - \gamma) \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1 - \gamma} = \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}$$

$$T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_2 V_2^{\gamma - 1}$$

Отношението на специфичните топлинни капацитети на газа при постоянно налягане C_p и при постоянен обем C_v ($\gamma = C_p/C_v$) се нарича константа на Поасон. Последното равенство е записано за две произволно избрани състояния на системата при адиабатния процес. Следователно произведението $TV^{\gamma-1}$ остава постоянно през целия процес т.е.:

$$(3) \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}.$$

Това е търсената връзка между основните параметри на газа т.е. един от записите на уравнението на адиабатния процес. Тъй като повечето процеси се изобразяват в **P-V** диаграма, по-удобно е да записваме уравнението чрез връзка между налягането **P** и обема **V**. Такава връзка можем да намерим лесно, ако изразим температурата от закона на Клапейрон – Менделеев и я заместим в (3):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow T = \frac{\mu}{mR} PV$$

$$TV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{mR} PVV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{mR} PV^{\gamma} = \text{const}$$

$$(4) \quad PV^{\gamma} = \text{const}.$$

Получената зависимост (4) между налягането и обема на газа при адиабатен процес се нарича **уравнение на Поасон за адиабатните процеси**. Трябва да се има предвид, че константите в (3) и (4) са различни!

Графиката на адиабатния процес, представена на **P-V** диаграма е подобна на изотермата, но е по-стръмна от нея (фиг. 1). Нека една термодинамична система преминава от състояние 1 с параметри **P₁, V₁, T₁** до състояние 2' с параметри **P₂', V₂=nV₁, T₁** чрез изотермен процес. Ако системата претърпи адиабатен процес от същото начално състояние 1 до състояние 2 със същия краен обем **V₂=nV₁**, както при изотермния процес, нейните крайни температура **T₂** и налягане **P₂** ще бъдат различни. Тъй като двете криви започват от една и съща точка на диаграмата (имат еднакви начални параметри), можем да преценим коя е по-стръмна като сравним крайните налягания **P₂** и **P₂'**. От уравненията на двата процеса (законът на Бойл – Мариот и (4)) получаваме:

$$PV = \text{const}$$

$$P_1 V_1 = P_2' V_2 = P_2' n V_1,$$

$$P_2' = \frac{P_1}{n}$$

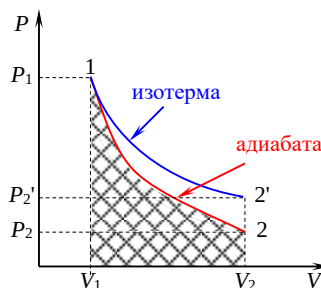
за изотермния процес и:

$$PV^{\gamma} = \text{const}$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} = P_2 n^{\gamma} V_1^{\gamma}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{n^{\gamma}}$$

за адиабатния процес. Тъй като **n>1** и **γ>1**, **P₂ < P₂'**. Следователно адиабатата е по стръмна от изотермата.

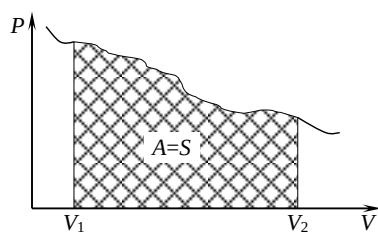


фиг. 1

Работа при изопроцеси

Ще използваме формулата за работа **dA=PdV** за да пресметнем работата, която извършва газът срещу външните сили в някои от най-важните термодинамични процеси – изобарен, изохорен и изотермен. Преди всичко ще отбележим сходния вид на формулите за работа при механичните и термодинамичните процеси – виждаме, че налягането играе ролята на силата, а обема – на координатата (**Fdx → PdV**).

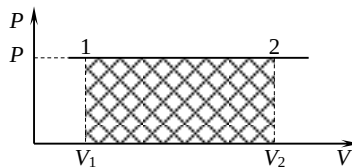
Затова е удобно графичното представяне на процесите в т.нар. **P-V** диаграма – по



фиг. 2

абсцисната ос е обемът **V**, а по ординатната – налягането **P**. При такова графично представяне на процеса (фиг. 2), работата, извършена от газа, е равна на площта под графиката, също както в механиката. Ще покажем това първо за най-простият случай, в който се извършва работа – за **изобарния процес** (фиг. 3). Ако газът се разширява при постоянно налягане **P** от състояние 1 с обем **V₁** до състояние 2 с обем **V₂**, графиката е права линия, успоредна на абсцисната ос, а извършената работа ще бъде:

$$dA = PdV$$

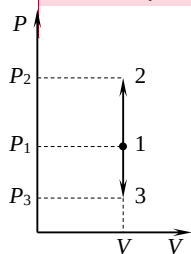


фиг. 3

Commented [I1]: Уравнение на Поасон – формула

Commented [I2]: Работа при изобарен процес – P-V диаграма

$$A = \int_1^2 dA = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = PV \Big|_{V_1}^{V_2} = P(V_2 - V_1),$$



фиг. 4

тъй като налягането $P = \text{const}$. Виждаме, че това действително е площта на правоъгълника, заключен между графиката на процеса и абсцисната ос, между състоянията 1 и 2.

При **изохорния процес** (фиг. 4) обемът V не се променя ($dV=0$), следователно (4) не се върши работа от газа. Графиката на процеса е права, успоредна на ординатната ос, т.е. площта под нея е нула и работата:

$$dA = PdV = 0 \Rightarrow A = 0$$

също е нула. Процесът 1-2 се извършва при повишаване на температурата на газа, а 1-3 – при нейното понижаване (основно уравнение на молекулно-кинетичната теория на идеалния газ, $PV = NkT$, $V = \text{const}$, $P \sim T$).

Графиката на **изотермния процес** от състояние 1 до състояние 2 в P - V диаграма (фиг. 5) е хипербола (закон на Бойл – Мариот, $T = \text{const}$, $PV = \text{const}$, $P \sim 1/V$). Работата

А също е площта под графиката, между V_1 и V_2 :

$$dA = PdV$$

$$A = \int_1^2 dA = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow P = \frac{m}{\mu} RT \frac{1}{V}$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{1}{V} dV = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

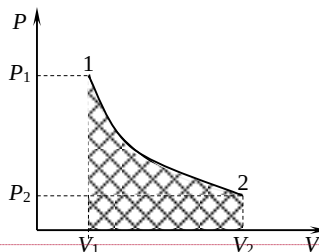
За изразяването на налягането като функция на обема сме използвали закона на Клапейрон – Менделеев и сме изнесли константите m , μ , R и T пред интеграла.

За пресмятане на работата при адиабатен процес е по-удобно да се използва първия принцип на термодинамиката (1). От графиката на фиг. 1 може да се направи и извода, че при адиабатно разширение ($V_2 > V_1$) температурата на газа намалява. Това не е неочакван резултат, тъй като газът при разширяване върши положителна работа и от (1) следва, че вътрешната му енергия (а оттам и температурата) намалява. Още в началото казахме, че при адиабатните процеси винаги се извършва работа за сметка на вътрешната енергия на системата. Тази работа, както и при другите изопроцеси, е равна на заштрихованата площ под графиката (адиабатата) на P - V диаграмата (фиг. 1). Можем да определим работата, която извършва термодинамичната система при адиабатното разширение от състояние 1 с параметри P_1 , V_1 , T_1 до състояние 2 с параметри P_2 , V_2 , T_2 , представено на фиг. 1, като използваме (1) и израз за промяната на вътрешната енергия чрез моларния топлинен капацитет при постоянен обем C_V :

$$dA = -dU = -\frac{m}{\mu} C_V dT$$

$$A = \int_1^2 dA = -\int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} C_V dT = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{m}{\mu} C_V T \Big|_{T_1}^{T_2} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

Виждаме, че за да бъде извършената работа A положителна, трябва $T_2 < T_1$.



фиг. 5

Commented [I3]: Работа при изобарен процес – формула

Commented [I4]: Работа при изохорен процес – P - V диаграма

Commented [I5]: Работа при изохорен процес – формула

Commented [I6]: Работа при изотермен процес – P - V диаграма

Commented [I7]: Работа при изотермен процес – формула

Commented [I8]: Работа при адиабатни процеси – P - V диаграма

Commented [I9]: Работа при адиабатни процеси – формула