

Трети принцип на Нютон. Механична система. Закон за изменение и запазване на импулса на механична система от материални точки

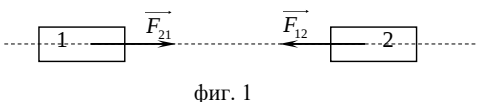
Трети принцип на Нютон. Механична система

Досега, чрез първите два принципа на Нютон, ние изяснихме какво става с едно тяло, когато няма или има въздействие върху него. Първият принцип разглежда едно изолирано тяло. Във втория принцип неявно се въвежда друго тяло (или тела), доколкото външното въздействие може да дойде само от някакво друго тяло. Там обаче, ние се занимавахме основно с резултата от това въздействие – промяната на скоростта на тялото. От друга страна е логично да се предположи, че ако разглежданото от нас тяло **A** е подложено на въздействие от друго тяло **B**, то и тялото **B** ще бъде подложено на някакво въздействие от тялото **A**, т.е. телата си взаимодействат с някакви сили. Третият принцип на Нютон ни дава връзката между тези сили.

Третият принцип на Нютон гласи, че силите, с които си взаимодействат две тела, са равни по големина и противоположни по посока.

$$(1) \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Ако тяло 1 действа на тяло 2 със сила $\vec{F}_{12}$ (фиг. 1), то силата $\vec{F}_{21}$, с която тяло 2 действа на тяло 1, е насочена по същата права като $\vec{F}_{12}$, има същата големина, но е в противоположна посока. Трябва да се има предвид обаче, че тези сили имат различни приложни точки – силата $\vec{F}_{21}$ действа на тяло 1, а силата $\vec{F}_{12}$ действа на тяло 2. Затова тези сили не могат да се урівновесяват взаимно.



Commented [I1]: Трети принцип на Нютон

Третият принцип на Нютон, който въвежда явно и второ тяло и определя силите на взаимодействие, вече ни дава възможност да определяме взаимодействията между произволен брой тела. Затова е необходимо да въведем още едно понятие – механична система. Това е съвкупност от тела, между които действат механични сили. Силите, които действат на телата от системата, могат най-общо да се разделят на два вида – вътрешни сили, които са породени само от взаимодействия на телата от системата и външни сили, породени от взаимодействие на телата от системата с външни тела.

Ако в една механична система действат само вътрешни сили, тя се нарича затворена (изолирана), а ако действат и външни сили – отворена.

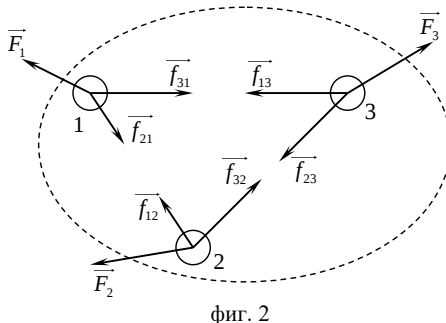
След като дефинирахме механична система и взаимодействие между повече от две тела, можем да въведем и величината импулс на система от тела. Импулсът на механична система от тела се дефинира по подобен начин на равнодействащата сила – чрез принципа на суперпозицията. Пълният импулс на системата е равен на векторната сума от импулсите на отделните тела:

$$(2) \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

Commented [I2]: Импулс на механична система

Закон за изменение и запазване на импулса на механична система от материални точки

Ще използваме принципите на Нютон за да докажем един от фундаменталните закони във физиката – законът за запазване на импулса. Нека да разгледаме механична система от **N** тела (фиг. 2). (За по голяма нагледност фиг. 2 е направена само за три тела.) На всяко от телата действат два типа сили – вътрешни сили между телата в системата, които ще означим с $\vec{f}_{ij}$ (силата, с която тялото *i* действа на тялото *j* от системата) и външни сили, които ще означим с $\vec{F}_i$ (равнодействащата на всички външни сили, действащи на тялото *i*). Ако запишем основното динамично уравнение, изразено чрез промяната на импулса за всяко от телата в механичната система, ще получим следната система от уравнения:



$$\begin{aligned}\frac{d\vec{p}_1}{dt} &= \vec{f}_{21} + \vec{f}_{31} + \dots + \vec{f}_{N1} + \vec{F}_1, \\ \frac{d\vec{p}_2}{dt} &= \vec{f}_{12} + \vec{f}_{32} + \dots + \vec{f}_{N2} + \vec{F}_2, \\ (3) \quad \frac{d\vec{p}_3}{dt} &= \vec{f}_{13} + \vec{f}_{23} + \dots + \vec{f}_{N3} + \vec{F}_3, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d\vec{p}_N}{dt} &= \vec{f}_{1N} + \vec{f}_{2N} + \dots + \vec{f}_{(N-1)N} + \vec{F}_N.\end{aligned}$$

В тази система от уравнения (3) напр. $\frac{d\vec{p}_1}{dt}$ е изменението на импулса на тяло **1** за безкрайно малкия интервал от време dt , $\vec{f}_{21}$ е силата, с която тяло **2** действа на тяло **1**, $\vec{F}_1$ е равнодействащата на всички външни сили, действащи на тяло **1** и т.н.

Ако съберем всички уравнения на системата (3), от лявата страна ще получим сумата от производните на импулсите на всички тела по времето (измененията на всички импулси за безкрайно малкия интервал от време dt):

$$(4) \quad \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \frac{d\vec{p}_3}{dt} + \dots + \frac{d\vec{p}_N}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

и като използваме правилото за производна на сума и (2) виждаме, че това е промяната на импулса на механичната система за интервала от време dt .

В дясната страна на равенството ще получим сумата от всички сили, които действат на всички тела в системата:

$$(5) \quad \vec{f}_{21} + \vec{f}_{12} + \vec{f}_{31} + \vec{f}_{13} + \vec{f}_{N1} + \vec{f}_{1N} + \vec{f}_{32} + \vec{f}_{23} + \dots + \vec{f}_{N(N-1)} + \vec{f}_{(N-1)N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

тъй като според (1) сумата от вътрешните сили е равна на нула ($\vec{f}_{21} = -\vec{f}_{12}$; $\vec{f}_{31} = -\vec{f}_{13}$ и т.н.). Тъй като (4) трябва да е равно на (5), окончателно получаваме:

$$(6) \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

т.е. промяната на импулса на механичната система за единица време е равна на равнодействащата на всички външни сили, действащи на всички тела от системата. Ние извършихме пресмятането за произволна система. Ако механичната система е затворена (не действат външни сили), то дясната част на (6) ще бъде равна на нула. Това означава, че величината $\vec{p}$ не се променя с времето (първата ѝ производна е нула, следователно величината е константа). Но $\vec{p}$ е пълният импулс на механичната система. Така стигаме до **закона за запазване на импулса в затворена механична система (ЗЗИ):**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \text{ или } \vec{p} = \text{const.}$$

Пълният импулс на затворена механична система не се променя с времето.

Ако системата е отворена, то промяната на импулса на механична система може да бъде предизвикана само от външните сили (6). Вътрешните за системата сили могат да предизвикат само преразпределение на импулсите между телата от системата.

Commented [I3]: Закон за запазване на импулса за затворена механична система