

Закон на Ом за еднороден и нееднороден участък от електрична верига. Електрично съпротивление на проводниците. Закон на Ом за затворена верига. Правила на Кирхоф. Работа и мощност на електричния ток. Закон на Джаул – Ленц за топлинното действие на електричния ток

Закон на Ом за еднороден и нееднороден участък от електрична верига. Електрично съпротивление на проводниците

Досега въведохме две основни величини, характеризиращи постоянния ток – големина на тока и напрежение. Немският физик Г. Ом е установил експериментално връзката между тях при протичане на ток в метални проводници. Оказало се, че **големината на протичащия по проводника ток I е право пропорционална на приложеното в краищата му напрежение U** (фиг. 1):

$$I = GU,$$

като коефициентът G не зависи от приложеното напрежение (за метални проводници) и е наречен проводимост на дадения проводник. Величината, обратна на G е наречена електрично съпротивление R . Така законът на Ом придобива познатия ни вид:

$$(1) I = \frac{U}{R}.$$

Експерименталната зависимост (1) може да бъде получена и теоретично от най-общи физични съображения. Ще изведем формулата на няколко етапа. Първо ще разгледаме най-простия случай на еднороден участък от електрична верига, т.е. такава част от веригата, в която няма включено ЕДН – проводник с дължина l и постоянно сечение S (фиг. 2). Тогава напрежението между краищата 1 и 2 на проводника е равно на потенциалната разлика:

$$(2) U_{12} = -\Delta\varphi_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 E dr.$$

Нека да се опитаме да намерим връзка между напрежението (2) и големината на тока I , който тече през проводника. Големината на тока се определя от заряда, преминал през сечението S (фиг. 2) за единица време $I = q/t$. Зарядът q , преминал през сечението S за време t , е равен на броя N на електроните преминали през това сечение умножен по големината на заряда на електрона e :

$$q = Ne = nVe = nSxe = nSvte$$

$$I = \frac{q}{t} = nevS,$$

където n е концентрацията на свободните електрони (броят в единица обем), v е средната им скорост на насочено движение, а $V = xS$ е обемът, в който се намират зарядите, които могат да преминат през това сечение. Този обем зависи от разстоянието x , което могат да изминат електроните за време t , а следователно и от скоростта им – $x = vt$. Скоростта v зависи от интензитета на полето E – $v = kE$. Тогава получаваме:

$$(3) I = nekES.$$

Ако използваме връзката между големината и плътността на тока ($j = I/S$) ще получим:

$$j = nev$$

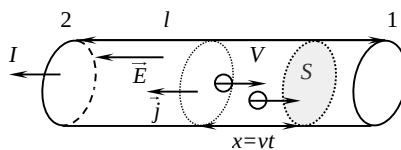
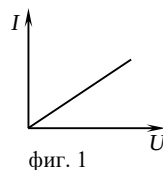
$$j = nekE = \sigma E,$$

където $\sigma = nek$ е коефициент, който не зависи от интензитета на полето и се нарича специфична проводимост на веществото, от което е направен проводникът. Мерната единица е сименс на метър [S/m]. Като имаме предвид, че векторите $\vec{j}$ и $\vec{E}$ са еднопосочни можем да запишем:

$$(4) \vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Това равенство (4) изразява закона на Ом в диференциална форма. В този вид законът се използва най-често в електротехниката. Ако изразим интензитета E на полето от (3) и го заместим в (2) можем да получим и закона на Ом за тази еднородна част от електричната верига, която разглеждаме, в познатата ни интегрална форма (1):

$$E = \frac{I}{nekS} = \frac{I}{\sigma S}$$



Commented [I1]: Закон на Ом в диференциална форма

$$(5) U_{12} = \int_1^2 \frac{I}{\sigma S} dr = I \int_1^2 \frac{dr}{\sigma S} = IR_{12}, \quad I = \frac{U_{12}}{R_{12}}.$$

Величината $R_{12} = \int_1^2 \frac{dr}{\sigma S}$ наричаме **електрично съпротивление** на проводника в участъка 1–2. В

разглеждания случай (метален проводник с постоянно сечение S , чиято специфична проводимост σ е постоянна величина) можем да запишем:

$$R = \int_1^2 \frac{dr}{\sigma S} = \frac{1}{\sigma S} \int_1^2 dr = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$$

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

т.е. стигаме до познатата ни формула за съпротивлението, известна още като втори закон на Ом. Мерната единица за съпротивление е ом $[\Omega]$. Величината $\rho = 1/\sigma$ се нарича специфично електрично съпротивление и зависи само от веществото, от което е направен проводникът. Измерва се в ом по метър $[\Omega \cdot m]$. Виждаме, че съпротивлението на металните проводници не зависи от тока и напрежението, а само от размерите на проводника и веществото, от което е направен.

Тъй като (5) е записано за еднородна част от веригата, напрежението $U_{12} = -\Delta\phi_{12}$. Така получаваме **законът на Ом за еднородната част 1–2 от веригата**:

$$I = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{-\Delta\phi_{12}}{R_{12}}.$$

Има два основни способа за свързване на съпротивления (консуматори) в дадена част от електрична верига – последователно и успоредно. При последователно свързване (фиг. 3) токът през всички консуматори трябва да е еднакъв (следствие от закона за запазване на електричния заряд), а общото напрежение е сума от падовете на напреженията върху всеки консуматор (напрежението е свързано с работата за пренасяне на заряда). Тогава, като приложим (5) за отделните консуматори и за целия участък 1–2, получаваме:

$$U_i = IR_i \quad U_{12} = IR_{12}$$

$$U_{12} = \sum_{i=1}^n U_i = I \sum_{i=1}^n R_i = IR_{12}$$

$$R_{12} = \sum_{i=1}^n R_i,$$

т.е. общото (еквивалентното) съпротивление R_{12} на всички консуматори в участъка 1–2 е сума от съпротивленията R_i на отделните консуматори.

Ако консуматорите са свързани успоредно (фиг. 4), напреженията върху всички консуматори са равни на общото напрежение (всички са между точките 1 и 2), а общият ток е сума от токовете през отделните консуматори (ЗЗЕЗ). Тогава като приложим пак (5) за отделните консуматори и за целия участък получаваме:

$$I_i = \frac{U_{12}}{R_i} \quad I = \frac{U_{12}}{R_{12}}$$

$$I = \sum_{i=1}^n I_i = U_{12} \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = U_{12} \frac{1}{R_{12}}$$

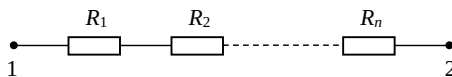
$$\frac{1}{R_{12}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

т.е. реципрочната стойност на общото (еквивалентното) съпротивление е сума от реципрочните стойности на съпротивленията на отделните консуматори.

Експериментално е установено, че за голяма част от металите и техните сплави зависимостта на съпротивлението R от температурата t (в $^{\circ}C$) в широк температурен интервал е линейна:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t),$$

където R_0 е съпротивлението на проводника при $0^{\circ}C$, а α се нарича температурен коефициент на съпротивлението и се измерва в K^{-1} .

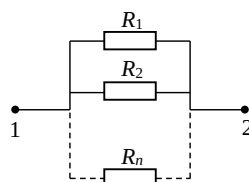


фиг. 3

Commented [I2]: Електрично съпротивление – формула

Commented [I3]: Закон на Ом за еднородна част от веригата

Commented [I4]: Последователно свързване на консуматори – формула



фиг. 4

Commented [I5]: Успоредно свързване на консуматори – формула

Ако в дадения участък 1–2 от веригата имаме включено и ЕДН $\mathcal{E}_{12}$ (такъв участък се нарича нееднороден), напрежението $U_{12} = -\Delta\varphi_{12} + \mathcal{E}_{12}$ и законът на Ом за нееднородна част от веригата ще бъде:

$$I = \frac{-\Delta\varphi_{12} + \mathcal{E}_{12}}{R_{12} + r},$$

където R_{12} е еквивалентното съпротивление на всички консуматори в участъка 1–2, а r е вътрешното съпротивление на източника.

Закон на Ом за затворена верига. Правила на Кирхоф

Ако съединим точките 1 и 2 ще свържем затворена верига, тогава потенциалите φ_1 и φ_2 на електростатичното поле в тези точки са равни ($\Delta\varphi_{12}=0$), напрежението $U_{12} = \mathcal{E}_{12}$ и получаваме законът на Ом за затворена неразклонена верига:

$$(6) \quad I = \frac{\mathcal{E}_{12}}{R_{12} + r}.$$

В този вид законът може да се използва не само за затворена верига, а и за произволен затворен контур на сложна разклонена верига. Формула (6), заедно със закона за запазване на електричния заряд ни дава възможност да пресметнем токовете в различните клонове на разклонената верига, ако знаем стойностите на съпротивленията и електродвижещите напрежения. На основата на тези две закономерности, в електротехниката са формулирани две правила, наречени правила на Кирхоф за разклонени електрични вериги. Първото правило, наречено правило на възлите (фиг. 5), гласи: алгебричната сума от големините на токовете, събиращи се в един възел, е равна на нула

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$

Големините на токовете, които влизат във възела (на фиг. 5 това са I_1 , I_2 и I_4) се взимат със знак плюс, а токовете, които излизат – със знак минус. С други думи, сумата от токовете, които влизат във един възел трябва да е равна на сумата от токовете, които излизат от него. Това е пряко следствие от ЗЗЕЗ. Второто правило, наречено правило на контурите (фиг. 6) е пряко приложение на (6) – във всеки произволно избран затворен контур от една разклонена верига алгебричната сума от падовете на напреженията върху съпротивленията в отделните участъци на контура е равна на алгебричната сума от електродвижещите напрежения в тези участъци:

$$(7) \quad \sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i.$$

Знаците на токовете и ЕДН се определят, като предварително се избере посока на обхождане на контура – токовете, чиято посока съвпада с посоката на обхождане на контура, се взимат със знак плюс и ЕДН, които създават ток по посоката на обхождане, се взимат със знак плюс. Например за избрания контур на фиг. 6, всички токове (I_2 и I_3), както и ЕДН $\mathcal{E}_1$, ще бъдат със знак минус при избраната посока на обхождане. Ако изберем обратна посока на обхождане, ще се променят знаците на всички токове и ЕДН, т.е. и лявата и дясната част на (7) ще си сменят знаците. Следователно, можем да избираме произволно посоката на обхождане.

Работа и мощност на електричния ток. Закон на Джаул – Ленц за топлинното действие на електричния ток

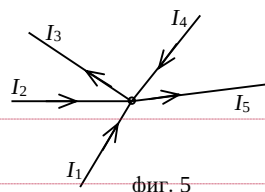
Експериментално установен факт е загряването на металните проводници при протичане на електричен ток през тях. Топлинната енергия, която се отделя, е свързана с допълнителната кинетична енергия, която получават електроните от източника на електрична енергия, създаващ полето в проводника. Електроните губят кинетичната си енергия при удари с йоните на кристалната решетка. Това води до повишаване на температурата на метала (а следователно и на вътрешната енергия), тъй като градивните му частици увеличават кинетичната си енергия на трептене. Тази допълнителна вътрешна енергия се отделя под формата на топлина. Ако предположим, че при всеки от тези удари електронът отдава цялата допълнителна енергия, която е получил от полето между два последователни

Commented [I6]: Закон на Ом за нееднородна част от веригата

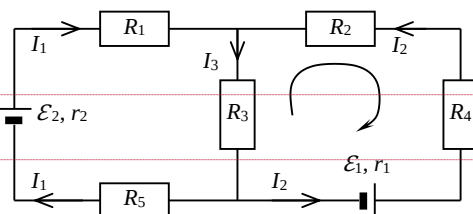
Commented [I7]: Закон на Ом за затворена верига

Commented [I8]: Първо правило на Кирхоф – формулировка

Commented [I9]: Първо правило на Кирхоф – формула



фиг. 5



фиг. 6

Commented [I10]: Второ правило на Кирхоф – формулировка

Commented [I11]: Второ правило на Кирхоф – формула

удара, количеството топлина, което се отделя, трябва да е равно на общата работа на електростатичните и страничните сили за пренасянето му на това разстояние. За малък интервал от време dt през проводника се пренася заряд dq . Работата dA (а съответно и отделеното количество топлина dQ), за пренасяне на този заряд, се определя от големината на заряда и приложеното напрежение между краищата на проводника:

$$(8) \quad dQ = dA = dqU = UI dt.$$

Тази зависимост (8) изразява закона на Джаул-Ленц за топлинното действие на електричния ток – отделеното количество топлина в един метален проводник е пропорционално на пада на напрежението върху проводника, токът, който протича в него и времето, за което протича токът. Като използваме законът на Ом във вида (5), можем да получим още две еквивалентни формули за закона на Джаул-Ленц, чрез съпротивлението на проводника:

$$dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

От закона на Джаул-Ленц можем да получим още една важна характеристика на електричния ток – неговата топлинна мощност. Както знаем, мощността се дефинира като работата, извършена за единица време. Следователно за мощността (топлинната мощност) на тока ще получим:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{dQ}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Мерната единица за мощност е ват [W]. Чрез мощността можем да получим още две еквивалентни формулировки на закона на Джаул-Ленц, които се използват в електротехниката – законът на Джаул-Ленц в диференциална форма:

$$P = I^2 R = j^2 S^2 \rho \frac{l}{S} = j^2 \rho S l = j^2 \rho V,$$

$$p = \frac{dP}{dV} = \rho j^2,$$

като p е т.нар. специфична мощност (отделената мощност в единица обем). Ако използваме диференциалната форма на закона на Ом (4), ще получим и другата формулировка:

$$p = \rho j^2 = \rho \sigma^2 E^2 = \sigma E^2.$$

Commented [I12]: Закон на Джаул-Ленц – формула

Commented [I13]: Закон на Джаул-Ленц – формулировка

Commented [I14]: Закон на Джаул-Ленц – еквивалентни формули