

Проводник в електростатично поле. Електростатична индукция. Капацитет. Кондензатори. Енергия на електростатично поле

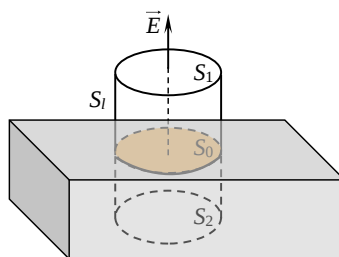
Проводник в електростатично поле. Електростатична индукция

Проводниците са вещества, съдържащи свободни електрични заряди, които лесно могат да се придвижват при прилагане на външно електростатично поле. Типични проводници са металите, където ролята на свободни електрични заряди се изпълнява от валентните електрони. Проводници са също и разтворите на различни соли. При тях свободните заряди са положителни и отрицателни йони, получени при дисоциацията на молекулите. Ние ще разглеждаме основно метални проводници и затова когато нататък говорим за проводник ще разбираме метален проводник.

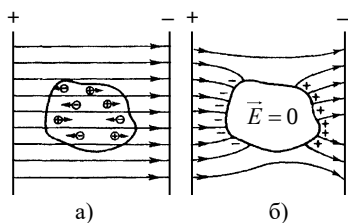
Първо ще изясним какво е поведението на проводника, когато не е поставен в електростатично поле. Ако проводникът не е зареден, положителните (на йоните от кристалната решетка) и отрицателните (на валентните електрони) заряди се компенсират и проводникът е електронеутрален. Сумарният заряд в проводника е нула, следователно интензитетът на полето в проводника също е нула. От това следва, че в цялата област на проводника потенциалът ϕ е постоянна величина ($d\phi/dr = 0$). Ако проводникът се наелектризира, под действие на кулоновите сили на отблъскване некомпенсирани електрични заряди се разпределят равномерно по повърхността на разглеждания проводник (възможно най-далеч един от друг). Интензитетът на електростатичното поле вътре в проводника отново става равен на нула, а повърхността му представлява екипотенциална повърхност. Следователно интензитетът на полето около заредения проводник ще бъде насочен перпендикулярно на повърхността на проводника. Големината на интензитета близо до повърхността на проводника можем да определим като използваме закона на Гаус. Избираме перпендикулярна на проводника цилиндрична затворена повърхност (фиг. 1), която пресича повърхността на проводника на площ S_0 ($S_0 = S_1 = S_2$). Зарядът $q = \sigma S_0$, който обхваща цилиндричната повърхност, се намира само върху площта S_0 (σ е повърхнинната плътност на зарядите). Като използваме определението за поток на интензитета и закона на Гаус получаваме:

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_0} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \\ &= \int_{S_1} E \cos \alpha dS + \int_{S_2} E \cos \alpha dS + \int_{S_0} E \cos \alpha dS = \\ &= E \int_{S_1} dS + 0 + 0 = ES_1 = ES_0 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S_0}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

Вторият и третият интеграл са равни на нула, тъй като вътре в проводника електростатичното поле е нула ($E=0$ за втория), а околната повърхност S_1 е перпендикулярна на вектора на интензитета ($\cos \alpha = 0$ за третия). Следователно интензитетът на електростатичното поле близо до заредената повърхност се определя от големината на повърхнинната плътност на зарядите σ .



фиг. 1



фиг. 2

Нека сега да разгледаме по-подробно и процесите, които настъпват в проводника, когато е поставен във външно електростатично поле. Под действие на външното поле свободните заряди в проводника започват да се движат (фиг. 2а). Преместването им довежда до преразпределение на положителните и отрицателните заряди върху повърхността на проводника. Двете срещуположни стени се оказват заредени с разноименни заряди, които се наричат индуцирани. Тези заряди се разпределят по такъв начин, че създаденото от тях електростатично поле и външното поле се компенсират взаимно. В резултат на това полето вътре в проводника става

равно на нула, а силовите линии на приложеното външно електростатично поле се прекъсват и деформират (фиг. 2б). Те са перпендикулярни на заредените повърхности на проводника, като завършват в отрицателните индуцирани заряди и започват от положителните. Процесът, при който става преразпределение на електричните заряди в даден проводник под действие на външно електростатично поле, се нарича електростатична индукция.

Капацитет. Кондензатори. Енергия на електростатично поле

Както казахме при зареждането на един проводник с някакво количество електричен заряд, зарядът се разпределя по неговата повърхност, която се оказва екипотенциална равнина ($\phi = \text{const}$). Тъй като потенциалът зависи от големината на заряда, логично е да се предположи, че ако предадем по-голям заряд на проводника, потенциалът на повърхността му ще бъде по-голям. Опитно е установена следната зависимост между потенциала ϕ на повърхността и количеството заряд Q , разпределено върху нея:

$$(1) Q = C\phi$$

Коефициентът на пропорционалност C се нарича електричен капацитет (или просто капацитет) на проводника. (Горният израз е в сила за всеки проводник, който се намира много далеч от други проводници и заредени тела, които могат да му влияят.) Капацитетът е физична величина, която определя големината на заряда, който трябва да предадем на даден проводник, за да стане потенциалът му 1 V . Мерната единица за капацитет се нарича фарад $[F]$. Един проводник има капацитет 1 F , ако при увеличаване на заряда му с 1 C потенциалът му се изменя с 1 V ($1 \text{ F} = 1 \text{ C} / 1 \text{ V}$). Капацитетът зависи от формата и размерите на проводника, но не зависи от материала, агрегатното състояние и от това дали е плътен или кух, тъй като некомпенсираните заряди се разпределят по повърхността му

Нека да определим капацитета на заредена проводяща сфера с радиус R , върху чиято повърхност е разпределен равномерно заряд Q . Полето извън сферата е еквивалентно на полето на точков заряд в центъра на сферата. Следователно на повърхността на заредената сфера потенциалът ще бъде:

$$\phi = k \frac{Q}{R} = \frac{Q}{C},$$

откъдето за капацитета C получаваме:

$$(2) C = \frac{R}{k} = 4\pi\epsilon_0 R.$$

Виждаме, че капацитетът на сферата с точност до константа се определя от големината на радиуса R (ако сферата е в среда, различна от вакуум, с диелектрична проницаемост ϵ капацитетът ѝ $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$).

От (2) можем да определим и често използваната мерна единица за електричната константа ϵ_0 – $[F/m]$.

Система от два изолирани един от друг проводника, които са заредени разноименно с еднакви по големина електрични заряди, се нарича кондензатор. Най-простият кондензатор е плоският – състои се от две заредени пластинки с еднаква площ S , разположени на разстояние d една от друга. Зарядите на пластинките са равни по големина и противоположни по знак: Q и $-Q$. Силовите линии започват от положителната пластинка и завършват в отрицателната. Електростатичното поле е съсредоточено в пространството между двете пластинки, което се запълва с диелектрик с диелектрична проницаемост ϵ . Ако потенциалите на двете пластинки са ϕ_1 и ϕ_2 , капацитетът на кондензатора се определя от следното отношение:

$$(3) C = \frac{Q}{\Delta\phi},$$

където Q е големината на заряда върху всяка от пластинките, а $\Delta\phi = |\phi_1 - \phi_2|$ е големината на потенциалната разлика между тях.

Нека да определим от какво зависи капацитетът на плосък кондензатор. Можем да определим големината на интензитета E на полето между пластинките и да го свържем със заряда Q върху всяка от пластинките и с потенциалната разлика $\Delta\phi$:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{Q}{S\epsilon_0\epsilon_r} \Rightarrow Q = ES\epsilon_0\epsilon_r,$$

$$E = \frac{\Delta\phi}{\Delta r} = \frac{\Delta\phi}{d} \Rightarrow \Delta\phi = Ed$$

Повърхнинната плътност $\sigma = Q/S$, а разстоянието $\Delta r = d$. Като заместим получените стойности за Q и $\Delta\phi$ в (3), за капацитета C на плоския кондензатор получаваме:

$$(4) C = \epsilon_0\epsilon_r \frac{S}{d}.$$

Виждаме, че той също зависи само от размерите, формата и веществото, с което е запълнен, но не и от заряда или потенциалната разлика между плочите.

Нека да определим енергията на електростатичното поле, запасена в кондензатора. Това е електростатичната потенциална енергия на кондензатора и трябва да е равна на работата, която е

Commented [I1]: Капацитет на плосък кондензатор – формула

извършена за зареждането му с определено количество заряд Q . Затова първо ще пресметнем работата, която трябва да се извърши, за да се зареди един проводник. Всеки проводник зареден със заряд Q , има потенциал $\varphi(Q)=Q/C$. За да му предадем заряд dQ трябва да извършим работа dA против електростатичните сили ($dA=-dA_e$) за пренасяне на заряда dQ от безкрайност до проводника. Първо ще пресметнем работата A_e на електростатичните сили:

$$dA_e = -dQ(\varphi_2 - \varphi_1) = -dQ(\varphi(Q) - \varphi_\infty) = -\varphi(Q)dQ = -\frac{Q}{C}dQ,$$

тъй като потенциалът на полето на проводника в безкрайност е нула. Тогава работата на електростатичните сили при зареждане на проводника от заряд Q_1 до Q_2 ще бъде:

$$A_e = \int_1^2 dA_e = -\int_{Q_1}^{Q_2} \frac{Q}{C} dQ = -\frac{1}{2C} Q^2 \Big|_{Q_1}^{Q_2} = -\left(\frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \right) = -\Delta U = -(U_2 - U_1).$$

Използвахме връзката между работата на консервативната сила и потенциалната енергия ($A = -\Delta U$). Виждаме, че потенциалната енергия на зареден проводник се дава с израза:

$$U(Q) = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Ако в началният момент проводникът не е бил зареден ($Q_1=0$) виждаме, че работата на електростатичните сили при зареждането му до заряд Q е равна на взетата със знак минус потенциална енергия на заредения проводник т.е. работата, която ние трябва да извършим е равна точно на потенциалната енергия, която е получил проводникът ($A = -A_e$):

$$(5) \quad A = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} Q \varphi.$$

За плоския кондензатор $\Delta\varphi = Ed$ и като използваме (3), (4) и (5) за енергията на плоския кондензатор получаваме:

$$U = A = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C (\Delta\varphi)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 S d.$$

Като имаме предвид, че произведението $V = Sd$ е обемът на кондензатора, можем да определим енергията на единица обем или плътността на енергията w , която се явява характеристика на самото електростатично поле, тъй като не зависи от геометричните характеристики на кондензатора:

$$w = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2.$$