

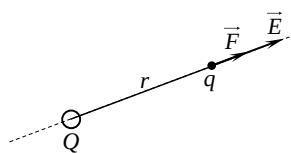
Интезитет на електростатично поле. Примери – поле на точков заряд и електричен дипол. Поток на вектора на интензитета на електростатично поле. Закон на Гаус за потока на вектора на интензитета

Интезитет на електростатично поле. Примери – поле на точков заряд и електричен дипол

Въвеждането на величините линейна, повърхнинна и обемна плътност на зарядите донякъде опростява определянето на силата на взаимодействие между заряди, които не са точкови (както ще се убедим от примерите по-нататък), но пак не ни дава възможност да ползваме закона на Кулон. Ако използваме принципа на суперпозицията и разделим зареденото тяло на елементарни точкови заряди, можем да определим силите, с които всеки елементарен заряд действа на пробния заряд по закона на Кулон и след това да ги сумираме векторно. Това обаче в много случаи е доста трудно математически и не е оправдано да го правим за всеки пробен заряд, който внасяме в полето. Най-добре е да се опитаме да намерим някаква характеристика на полето около заряда и да я използваме за определяне на силата, действаща на всеки заряд, поставен в това поле. Ще направим това в най-простия случай, когато полето се създава от точков заряд и ще обобщим резултата.

Нека да разгледаме точков заряд Q , в чистото електростатично поле сме внесли пробен заряд q (фиг. 1, на фигурата сме избрали $Q>0$). Пробният заряд трябва да бъде много по малък от Q , за да не внася съществени изменения в полето. Най-често пробният заряд се избира да е положителен. Големината на силата на взаимодействие между двата заряда ще бъде:

$$F_q = k \frac{Qq}{r^2}.$$



фиг. 1

Ако на същото разстояние r от Q внесем заряд с големина $2q$, силата на взаимодействие ще бъде 2 пъти по голяма:

$$F_{2q} = k \frac{Q2q}{r^2} = 2F_q.$$

Ако обаче вземем отношението на силата на взаимодействие към големината на пробния заряд, виждаме, че то е еднакво и в двата случая:

$$(1) \frac{F_q}{q} = \frac{F_{2q}}{2q} = k \frac{Q}{r^2} = E$$

и не зависи от пробния заряд. Следователно това отношение E е характеристика на полето около заряда Q и не зависи от това, дали на даденото място има друг заряд или не. Тъй като силата е векторна величина, а зарядът – скаларна, E също трябва да е вектор. Тъй като сме избрали зарядът q да е положителен, посоката на този вектор $\vec{E}$ съвпада с посоката на силата – ако зарядът $Q>0$, както е на фиг. 1, силата е на отблъскване (посоката на $\vec{E}$ е от заряда Q към безкрайност), а ако $Q<0$ – силата е на привличане т.е. посоката на $\vec{E}$ е към заряда Q и следователно можем да запишем:

$$(2) \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Ако зарядът q е единичен ($q=1$ C), тогава силата по големина ще е равна на E . Така дефинираната величина (2) $\vec{E}$ се нарича интензитет на електростатичното поле в дадена точка и се определя от силата, която действа на единичен положителен заряд, поставен в тази точка. От (2) може да се определи и мерната ѝ единица – [N/C]. Тъй като интензитетът на полето се дефинира чрез силата, той се нарича още силова характеристика на полето. Получената формула (2) е валидна за полето на произволен заряд (не само точков). Следователно като преобразуваме тази формула можем да пресмятаме силата, която действа на заряд q , поставен в поле с интензитет $\vec{E}$, независимо от това, какъв заряд създава това поле:

$$(3) \vec{F} = q\vec{E}.$$

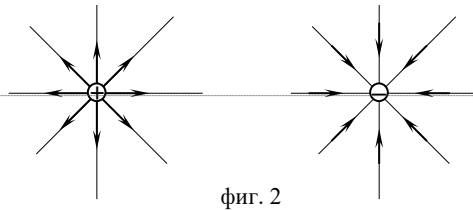
От (3) се вижда, че ако зарядът $q<0$, силата ще е противоположна на интензитета на полето.

За онагледяване на електростатичното поле обикновено се използват силови линии на интензитета. Те се чертаят по такъв начин, че векторът на интензитета да е насочен по допирателната на силовата линия във всяка точка, а гъстотата им е пропорционална на големината на $\vec{E}$. Видяхме, че интензитета на полето на точков заряд е насочен винаги от заряда към безкрайност (при $Q>0$) или от безкрайност към заряда (ако $Q<0$).

Commented [WU1]: Интензитет на електростатично поле формула

Commented [WU2]: Интензитет на електростатично поле определение

Следователно, **силовите линии на полето на точков заряд (фиг. 2) са радиални прави, започващи от заряда към безкрайност ($Q>0$) или завършващи върху заряда от безкрайност ($Q<0$)**. Често срещана конфигурация от заряди е т.нар. електричен дипол (фиг. 3). Това са два равни по големина и противоположни по знак заряда, разположени близо един до друг. За да получим силовите линии на полето на дипол ще използваме принципа на суперпозицията ($\vec{E}$ също е векторна

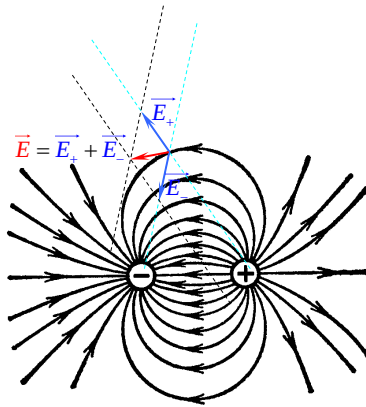


фиг. 2

Commented [WU3]: Силови линии на интензитета на електростатично поле на точков заряд

величина) – **във всяка точка векторната сума от двата интензитета $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ трябва да е по допирателната към силова линия (фиг. 3)**. По подобен начин, като се използва принципа на суперпозицията, може да се построят силовите линии на полето за произволна комбинация от точкови заряди.

Commented [WU4]: Силови линии на интензитета на електростатично поле на електричен дипол



фиг. 3

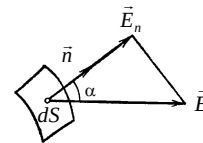
Поток на вектора на интензитета на електростатично поле. Закон на Гаус за потока на вектора на интензитета

Видяхме, че за да намерим силата, действаща на заряд в електростатично поле, е достатъчно да определим интензитета $\vec{E}$ на полето. За електричен дипол (фиг. 3) пресмятането не е трудно, но за пресмятане интензитета на електростатичното поле, създадено от по-голяма система точкови електрични заряди в пространството, е необходимо да се извърши сумиране на интензитетите на електростатичните полета от всеки заряд. В някои случаи такова сумиране се оказва доста сложно, като имаме предвид, че ако имаме повече заряди, те може да не са в една равнина. Задачата се опростява с въвеждането на величината поток на вектора на интензитета (или просто поток на интензитета) Φ_E , която е пропорционална на броя на силовите линии, пресичащи перпендикулярно дадена площ S .

Потокът на интензитета $d\Phi_E$ през физически малката площ dS (фиг. 4) се определя от скаларното произведение на векторите $\vec{E}$ и $d\vec{S}$:

$$(4) \quad d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \vec{E} \cdot \vec{n} dS = E_n dS = E dS \cos \alpha.$$

Векторът $\vec{n}$ е единичен вектор, перпендикулярен на площта, а векторът на площта $d\vec{S}$ е вектор с големина равна на площта dS и посока – по посока на нормалата $\vec{n}$ т.е. $d\vec{S} = \vec{n} dS$. E_n е проекцията на вектора на интензитета $\vec{E}$ върху нормалата $\vec{n}$ ($E_n = E \cos \alpha$). От (4) можем да определим мерната единица за поток на интензитета – $[N \cdot m^2 / C]$. За да получим потока на интензитета през произволна площ S , трябва да интегрираме (4) по цялата площ:



фиг. 4

$$(5) \quad \Phi_E = \int_S d\Phi_E = \int_S E_n dS = \int_S E \cos \alpha dS.$$

Потокът на интензитета Φ_E през затворена повърхност се пресмята лесно като се използва законът на Гаус, който гласи, че **потокът на интензитета Φ_E през произволна затворена повърхност S е равен на алгебричната сума на зарядите, заградени от тази повърхност, разделена на електричната константа ϵ_0 (ако заградения обем не е вакуум – $\epsilon_0 \epsilon_r$):**

$$(6) \quad \Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \oint_S E \cos \alpha dS = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}.$$

Като пример ще пресметнем интензитета на полето на точков заряд Q на разстояние r от заряда. Тъй като можем да си избираме произволно повърхността, през която ще пресмятаме потока, в случая е удобно да изберем сфера с център в заряда Q и радиус r . Покажахме (фиг. 2), че векторът на интензитета за положителен (отрицателен) заряд е насочен по правата излизаща от (влизаща в) заряда т.е. по радиуса на избраната от нас сфера. Следователно проекцията E_n ще бъде равна на E ($-E$) и не зависи от мястото

Commented [WU5]: Закон на Гаус – формулировка

Commented [WU6]: Закон на Гаус – формула

върху сферата. Тогава, като приложим закона на Гаус (6) и определението за поток на интензитета (5), получаваме:

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r} \text{ -- от закона на Гаус и}$$

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E 4\pi r^2 \text{ -- от определението за поток на интензитета.}$$

Като приравним и десните страни на двете равенства получаваме:

$$\frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r} = E 4\pi r^2$$

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q}{r^2} = k \frac{Q}{r^2},$$

т.е. получаваме (1). За отрицателен заряд проекцията на интензитета ще бъде със знак минус, но и зарядът ще бъде със знак минус, така че големината на интензитета ще бъде същата.

Някои други важни приложения на закона на Гаус при получаване на интензитета на полето на по-сложни конфигурации от заряди ще разгледаме в следващия въпрос.