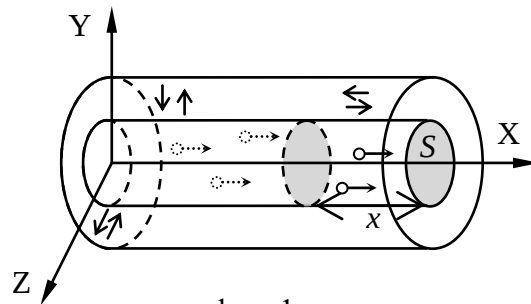


Основно уравнение на молекулно-кинетичната теория за идеалния газ

Експерименталният резултат (6) от 3 въпрос ни дава връзка между трите основни макроскопични параметъра на произволен газ (а значи и на идеалния газ). Това равенство е един израз на основното уравнение на молекулно-кинетичната теория за идеалния газ. Нека да определим връзката между основните параметри на идеалния газ от общи физични съображения и тяхната връзка с енергията му (в случая само кинетична). Ще пресметнем налягането, което упражнява определено количество идеален едноатомен газ върху стените на съда, в който се намира (фиг. 1). За опростяване на пресмятането ще направим още няколко допускания. Ще предположим, че ударите на молекулите със



стените на съда са също идеално еластични, както между молекулите т.е. молекулата не отдава енергия на стената при удара, а само променя скоростта си. Молекулите се движат хаотично във всички посоки, но ние ще приемем, че те се движат само по осите **X**, **Y** и **Z**, като по всяка ос се движат **1/3** от всички молекули, тъй като движението по всички оси е равновероятно. Поради същата причина в положителната посока на оста **X** (фиг. 1) се движат половината молекули т.е. **1/6** от общия брой. За време Δt до площта **S** ще достигнат молекули със скорост v_i , които са се намирали в цилиндъра с основа **S** и височина $x = v_i \Delta t$. Общият брой на молекулите в този цилиндър N_s се определя от произведението на концентрацията на молекулите $n = N/V$ и обема $V_s = Sx$ на цилиндъра с основа **S**, т.е. броят на молекулите, които достигат **S** за време Δt е $N_s/6$. Налягането върху стените на съда се определя от нормалната сила F_n върху единица площ (2 въпрос) и трябва да е едно и също във всяка точка от стените (закон на Паскал), т.е. няма значение къде ще изберем площта **S**. Силата, с която всяка молекула с маса m_i действа на стената се определя от промяната на импулса на молекулата Δp_i разделена на интервала от време Δt , а общата сила върху площта **S** ще получим като сумираме всички тези сили, т.е. сумата от промените на импулсите на всички молекули Δp разделена на Δt :

$$\Delta p_i = 2m_i v_i$$

$$N_s = nV_s = nSx = nSv_i \Delta t$$

$$\Delta p = \frac{1}{6} N_s \Delta p_i = \frac{1}{6} nSv_i \Delta t 2m_i v_i = \frac{1}{3} nm_i v_i^2 S \Delta t$$

$$F_n = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{3} nm_i v_i^2 S$$

$$(1) P = \frac{F_n}{S} = \frac{1}{3} nm_i v_i^2.$$

Скоростта v_i в (1) е скоростта на една молекула от газа. Казахме, че в молекулната физика се използват средни физични величини, които характеризират поведението на системата като цяло, тъй като не можем да определим характеристиките на всяка молекула (в случая скоростта v_i). Поради това ще въведем понятието средна квадратична скорост, която се определя от следния израз:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}}.$$

За да обобщим уравнение (1) за системата като цяло, трябва да заменим v_i с $\langle v_{\text{кв}} \rangle$:

$$P = \frac{1}{3} nm_i \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} n \frac{1}{2} m_i \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} n \langle E_{ki} \rangle = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \langle E_{ki} \rangle$$

$$(2) PV = \frac{2}{3} E_k,$$

където $\langle E_{ki} \rangle = \frac{1}{2} m_i \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$ е средната кинетична енергия на една молекула, а $E_k = N \langle E_{ki} \rangle$ е пълната кинетична енергия на всички молекули на системата. Получената връзка (2) е друг израз на основното уравнение на молекулно-кинетичната теория за идеалния газ. Ако сравним (2) с формула (6) от 3 въпрос ще получим и връзката между кинетичната енергия на газа (за идеалния газ това е и пълната му енергия $E = E_k$) и температурата му:

$$\frac{2}{3}E_k = NkT$$

$$E = E_k = \frac{3}{2}NkT$$

Средната кинетична енергия на една молекула можем да получим като разделим на броя на молекулите N :

$$(3) \langle E_{ki} \rangle = \frac{3}{2}kT,$$

т.е. средната кинетична енергия на постъпателното движение на една молекула зависи само от абсолютната (термодинамичната) температура T на газа. Оттук можем да разберем и смисъла на абсолютната нула ($T = 0 \text{ K}$) – това е такава температура, при която се прекратява постъпателното движение на молекулите на газа. От (3) можем да намерим и връзката на средната квадратична скорост на молекулите с температурата на газа:

$$\langle E_{ki} \rangle = \frac{1}{2}m_i \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{3}{2}kT$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_i}}.$$

Коефициентът $3/2$ в (3) не е случаен – той е свързан с броя на степените на свобода на молекулите (2 въпрос). Оказва се, че на всяка степен на свобода (възможност за независимо движение) съответства $\frac{1}{2}kT$ енергия. Тъй като разглеждахме едноатомен идеален газ, степените му на свобода са три – постъпателно движение по трите координатни оси. Ако вземем двуатомен газ, неговите степени на свобода са пет – такава молекула може и да се върти и коефициентът ще бъде $5/2$. Така формула (3) може да се обобщи за произволен идеален газ:

$$\langle E_{ki} \rangle = \frac{j}{2}kT,$$

където j е броят на степените на свобода на молекулите на газа.