

Основни величини при променлив ток. Активно и реактивно съпротивление.

Резонанс по ток и напрежение

Основните величини и при променливия ток са напрежението, токът и съпротивлението. За разлика от постоянния ток, тук тези величини може да се променят с времето и да зависят от други фактори – напр. честотата на електромагнитните трептения. При променливия ток, както казахме в предходния въпрос, имаме също и различни видове съпротивления, които при постоянен ток не се наблюдават – капацитивно и индуктивно съпротивление.

Нека уравненията на електромагнитното трептене, описващо променливия ток, са:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t, \quad I = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

$$(1) \quad \tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Ако индуктивното съпротивление е по-голямо от капацитивното ($X_L > X_C$) следва, че $\varphi > 0$ и токът действително ще изостава по фаза от напрежението, но ако $X_L < X_C$ ($\varphi < 0$), напрежението ще изостава по фаза от тока. Амплитудата на тока може да се запише като:

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}$$

$$(2) \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Величината Z (2) се нарича пълно съпротивление на веригата или импеданс. Съпротивлението R се нарича активно съпротивление, а $X = X_L - X_C$ се нарича реактивно съпротивление. Като използваме (1), можем да определим как се променя фазата на тока спрямо напрежението през активно, индуктивно или капацитивно съпротивление. Когато имаме включено само активно съпротивление R (тогава $L=0$ и $C \rightarrow \infty$):

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{0}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) = I_m \cos \omega t$$

$$(3) \quad I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{R}.$$

В този случай токът е във фаза с напрежението. Ако във веригата имаме включена само намотка с индуктивност L ($R=0$ и $C \rightarrow \infty$):

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L}{0} = \frac{\omega L}{0} = +\infty \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(4) \quad I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{X_L} = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L}$$

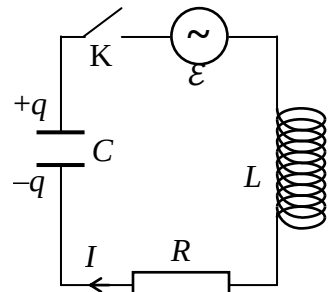
и токът изостава с $\pi/2$ от напрежението. В случая, когато имаме включен само кондензатор с капацитет C ($R=0$ и $L=0$), за фазовата разлика ще получим:

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{0} = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{0} = -\infty \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) = I_m \cos\left(\omega t - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(5) \quad I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{X_C} = \frac{\mathcal{E}_m}{\frac{1}{\omega C}} = \mathcal{E}_m \omega C,$$

откъдето се вижда, че токът извързва с $\pi/2$ от напрежението (съответно напрежението изостава с $\pi/2$ от тока). Когато имаме реална електрическа верига с последователно включени всички елементи (R , L и C), ъгълът φ ще има стойност между $-\pi/2$ и $\pi/2$. В този случай (фиг. 1) падовете на напрежението (амплитудите на съответните напрежения) върху активното съпротивление U_R , индуктивността U_L и капацитета U_C , като имаме предвид (3), (4) и (5) ще бъдат съответно:



фиг. 1

$$U_R = I_m R; \quad U_L = I_m X_L; \quad U_C = I_m X_C.$$

Сумата от трите пада на напрежения трябва да ни даде приложеното ЕДН $\mathcal{E}$. Като имаме предвид фазовите отмествания в индуктивността и капацитета (съответно $\pi/2$ и $-\pi/2$), можем да построим и векторната диаграма (фиг. 2) на напреженията.

Отделената мощност във цялата верига P_t трябва да е произведението на тока и напрежението:

$$P_t = I \mathcal{E} = I_m \mathcal{E}_m \cos(\omega t - \varphi) \cos \omega t,$$

а средната мощност P , отделена за един период T ще бъде:

$$P = \frac{I_m \mathcal{E}_m}{2} \cos \varphi = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}} \cos \varphi = I_{eff} U_{eff} \cos \varphi.$$

U_{eff} и I_{eff} се наричат ефективни стойности съответно на напрежението и тока. Това са стойностите на постоянни напрежение и ток, при които ще се отдели същата активна мощност, както за съответния променлив ток. Множителят $\cos \varphi$ се нарича фактор на мощността и трябва да е близък до 1.

И в този случай на принудени трептения се наблюдава явлението резонанс.

Зарядът върху плочите на кондензатора се променя по закона:

$$q_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}},$$

а напрежението между плочите ще бъде:

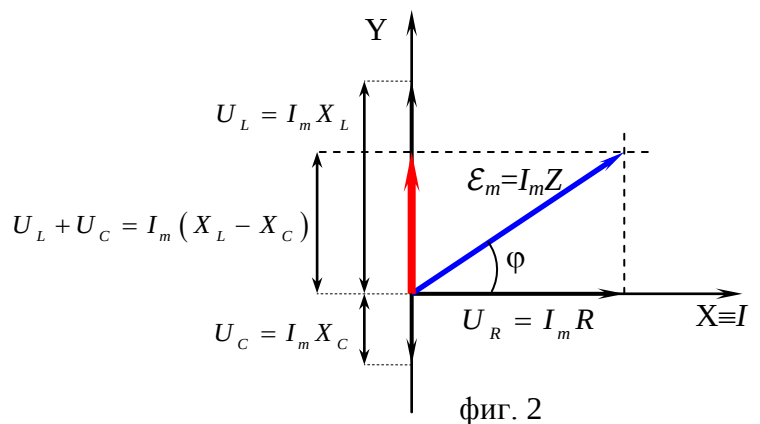
$$U_m = \frac{q_m}{C} = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

Вижда се, че максималната стойност на напрежението зависи от честотата на външното ЕДН и, също както при механичните трептения, при кръгова честота $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$ стойността му рязко се увеличава. Затова този резонанс се нарича резонанс на напрежение.

Максималната стойност на тока във веригата, съгласно казаното в предходния въпрос, ще бъде:

$$(6) \quad I_m = \omega q_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

От (6) се вижда, че при собствената честота $\omega_r = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ на трептящия кръг, токът в него ще е максимален – тогава имаме резонанс на ток.



фиг. 2