

Основни принципи на геометричната оптика. Закони за отражение и пречупване.

Пълно вътрешно отражение

Основни принципи на геометричната оптика

Дължината на вълната на видимата светлина е много малка ($\sim 10^{-7}$ m), затова в повечето случаи можем да не отчитаме вълновия ѝ характер, т.е. да считаме че $\lambda \rightarrow 0$ и да приемем, че тя се разпространява като лъч. В този случай всички закономерности се получават на базата на геометрично разглеждане, затова този раздел от оптиката се нарича геометрична оптика.

Основните принципи на геометричната оптика са два.

Принципът за независимостта на светлинните лъчи гласи, че разпространението на всеки лъч е независимо от останалите и при пресичане на лъчите те не си взаимодействат т.е. всеки лъч продължава разпространението си независимо от другите. Този принцип не е валиден при големи интензитети на светлината (напр. при лазерните лъчи);

Принципът на Ферма, според който светлината се разпространява по такъв път, за изминаването на който ѝ е необходимо най-малко време. По-голямо практическо приложение има друга формулировка на този принцип. Нека в дадена среда светлината се разпространява със скорост $v = \frac{c}{n}$, където c е скоростта на светлината във вакуум, а n е показателят на пречупване на средата. За изминаване на път ds ще ѝ е необходимо време dt :

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{1}{c} n ds.$$

Светлината ще достигне от т. 1 до т. 2 за време:

$$(1) \Delta t = \int_1^2 dt = \frac{1}{c} \int_1^2 n ds = \frac{1}{c} l.$$

Величината

$$(2) l = \int_1^2 n ds$$

се нарича оптичен път на светлината. Тъй като c е универсална константа, от (1) следва, че за да бъде минимална стойността на Δt , трябва да бъде минимален оптичният път l . Така принципът на Ферма може да се формулира по следния начин: светлината се разпространява по такъв начин, че оптичният ѝ път да е минимален. От тази формулировка на принципа следват всички познати ни закони на геометричната оптика.

Законът за праволинейното разпространение на светлината гласи, че в еднородна среда светлината се разпространява праволинейно. От (2) можем да получим оптичния път за еднородна среда ($n = \text{const}$) – $l = ns$, т.е. оптичният път l е пропорционален на геометричния s , а най-малкото геометрично разстояние между две точки е по права линия.

Законът за обратимостта на лъчите също следва от принципа на Ферма – ако оптичният път на светлината има минимална стойност l , когато тя се движи от т. 1 към т. 2, то и при обратното движение, от т. 2 към т. 1, същата стойност на оптичния път l ще е минимална.

Закони за отражение и пречупване. Пълно вътрешно отражение

Законите за отражение и пречупване на светлината при достигане на границата между две среди, с коефициенти на пречупване спрямо въздуха съответно n_1 и n_2 , също могат да се изведат от принципа на Ферма. Законът за отражението гласи, че ъгълът, който сключва падащият лъч с перпендикуляра, издигнат в точката на падане (ъгълът на падане α), е равен на ъгълът, който сключва отразеният лъч с този перпендикуляр (ъгълът на отражение α'):

$$\alpha = \alpha'.$$

Според закона за пречупването (законът на Снелиус), ако ъгълът на падане е α , а ъгълът на пречупване (ъгълът, който сключва пречупеният лъч с перпендикуляра) е β , в сила е равенството:

$$(3) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}.$$

Отношението $n_{12} = n_2/n_1$ се нарича относителен коефициент на пречупване на втората среда спрямо първата.

Третият закон е общ и за двете явления и гласи, че падащият лъч, отразеният лъч, пречупеният лъч и перпендикулярът към граничната повърхност, издигнат в точката на падане, лежат в една равнина.

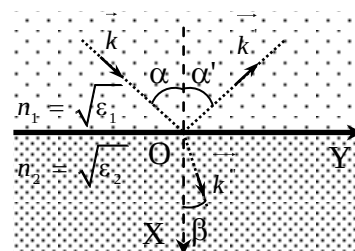
От (3) може да се направи изводът, че ако втората среда има по-голям коефициент на пречупване от първата ($n_2 > n_1$), пречупеният лъч се приближава към перпендикуляра ($\sin \alpha > \sin \beta \Rightarrow \alpha > \beta$ тъй като α и β са остри ъгли). Обратно, ако $n_1 > n_2$, $\beta > \alpha$ и пречупеният лъч се отдалечава от перпендикуляра. В този случай (преминаване на светлината от оптически по-плътна към оптически по-рядка среда, напр. от стъкло във въздух) е възможно да се наблюдава явлението пълно вътрешно отражение – при достигане на светлината до границата между две среди, във втората среда не се разпространява пречупен лъч т.е. наблюдава се само отражение на лъча в първата среда. Това е възможно при ъгли на падане по-големи от т.нар. граничен ъгъл α_0 , който се получава от условието ъгълът на пречупване β да е $\pi/2$ rad (90°) т.е. $\sin \beta = 1$:

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1} .$$

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

Законите за отражение и пречупване от гледна точка на вълновата теория

Законите за отражение и пречупване на светлината могат да се изведат и като се използва представянето на светлината като електромагнитна вълна. Нека плоска електромагнитна вълна пада към границата на две прозрачни диелектрични среди с относителна диелектрична проницаемост ϵ_1 и ϵ_2 (фиг. 1). В такъв случай техните коефициенти на пречупване са съответно $n_1 = \sqrt{\epsilon_1}$ и $n_2 = \sqrt{\epsilon_2}$. Вълновият вектор на всяка от вълните (падаща, отразена и пречупена) е в посоката на разпространение на съответната вълна. Следователно светлинните лъчи, които въведохме в геометричната оптика, са насочени в посоката на вълновия вектор на вълната. Импулсът на вълната, както и векторът на Пойнтинг (плътността на потока на енергията) също са в тази посока. От закона за запазване на импулса следва третият закон за отражението и пречупването на светлината – всички посочени вектори (а следователно и светлинните лъчи) трябва да лежат в една равнина. Тази равнина можем да изберем за ХОУ (фиг. 1) на отправната система, а вълновите вектори на трите вълни сключват с перпендикуляра към разделителната повърхност (оста ОХ) ъгли съответно α , α' и β . Тези ъгли по-горе нарекохме съответно ъгъл на падане, ъгъл на отражение и ъгъл на пречупване.



фиг. 1

Уравнението на падащата вълна в така зададената координатна система (тъй като всички вектори са в една равнина, $z = 0$ за всички точки от фронта на вълната в разглежданото сечение) е $E = E_m \cos(\omega t - k \cdot r) = E_m \cos(\omega t - k_x x - k_y y)$, тъй като винаги може да се избере началният момент на отчитане на времето така, че началната фаза $\phi = 0$. Уравненията на отразената и пречупената вълна съответно са $E' = E_m' \cos(\omega' t - k_x' x - k_y' y + \phi')$ и $E'' = E_m'' \cos(\omega'' t - k_x'' x - k_y'' y + \phi'')$. Може да се покаже, че проекциите на интензитета на електричното поле в двете среди трябва да са равни на границата им (по оста ОУ) във всяка точка от граничната линия ($x = 0$). Това е т.нар. условие за непрекъснатост на тангенциалната компонента на интензитета на електричното поле. Следователно:

$$E_y(x=0) + E_y'(x=0) = E_y''(x=0);$$

$$(4) E_m \cos(\omega t - k_y y) + E_m' \cos(\omega' t - k_y' y + \phi') = E_m'' \cos(\omega'' t - k_y'' y + \phi'').$$

Равенството (4) трябва да е изпълнено за всяко y и всяко t . За да е възможно това, трябва косинусите в трите члена да се различават най-много по знак. От това следва, че коефициентите пред y и t в трите косинуса трябва да са равни, а началните фази на отразената и пречупената вълна трябва да са кратни на π rad:

$$(5) \omega = \omega' = \omega'';$$

$$(6) k_y = k_y' = k_y'' \Rightarrow k \sin \alpha = k' \sin \alpha' = k'' \sin \beta;$$

$$(7) (\phi', \phi'') = \pm m\pi.$$

От (5) следва, че честотите на трите вълни са равни, т.е. при отражение и пречупване не се променя честотата на светлинната вълна. От равенствата (5) и (6) следват законите за отражение и пречупване на светлината:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n_1}{c}; \quad k' = \frac{\omega'}{v'} = \frac{\omega}{v} = k; \quad k'' = \frac{\omega''}{v''} = \frac{\omega n_2}{c};$$

$$k \sin \alpha = k' \sin \alpha' \Rightarrow \sin \alpha = \sin \alpha' \Rightarrow \alpha = \alpha';$$

$$k \sin \alpha = k'' \sin \beta \Rightarrow \frac{\omega n_1}{c} \sin \alpha = \frac{\omega n_2}{c} \sin \beta \Rightarrow n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}.$$

Следствие от (7) е фактът, че отразената и пречупената вълна могат да бъдат или във фаза ($(\varphi', \varphi'') = \pm 2m\pi$) или във противофаза ($(\varphi', \varphi'') = \pm (2m+1)\pi$) с падащата вълна. Нека да разгледаме най-простия случай, когато вълната пада перпендикулярно на границата между двете среди. В този случай ъглите α , α' и β са равни на нула, а трептенията и в трите вълни се извършват само по оста ОУ. От условието за непрекъснатост, което формулирахме по-горе следва, че във всеки момент от време върху граничната повърхност трябва да е изпълнено:

$$(8) \quad E_y + E_y' = E_y''.$$

От закона за запазване на енергията следва, че плътността на потока на енергията трябва да се запазва: $EH = E'H' + E''H''$. Като се има предвид, че $\mu_r \approx 1$ и $\mu_0 \mu_r H^2 = \epsilon_0 \epsilon_r E^2 \Rightarrow H \sim \sqrt{\epsilon_r} E = nE$, във всеки момент от време трябва да е изпълнено:

$$(9) \quad n_1 E_y^2 = n_1 E_y'^2 + n_2 E_y''^2.$$

От (8) и (9) може да се получат съотношенията между моментните стойности на проекциите на вектора на интензитета на електричното поле на падащата, отразената и пречупената вълна:

$$(10) \quad E_y' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_y;$$

$$(11) \quad E_y'' = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_y.$$

От (11) следва, че падащата и пречупената вълна са винаги във фаза ($\varphi'' = 0$), тъй като E_y'' и E_y имат еднакъв знак, което е в съгласие с полученото по-горе изискване (7). Ако $n_1 > n_2$ (светлината се отразява от оптично по-рядка среда) падащата и отразената вълна също ще бъдат във фаза ($\varphi' = 0$). Ако обаче светлината се отразява от оптично по-плътна среда, $n_1 < n_2$ и от (10) следва, че проекциите на падащата и отразената вълна имат противоположни знаци, т.е. те са в противофаза ($\varphi' = \pm \pi$). Следователно при отражение на светлината от оптично по-плътна среда фазата ѝ се променя с $\pi \text{ rad}$ (това на практика означава, че оптичният ѝ път се променя с $\lambda/2$). И в двата случая на отражение обаче изискването (7) е изпълнено.

Получените съотношения (10) и (11) за моментните стойности са валидни и за амплитудите на съответните вълни:

$$(12) \quad E_m' = \frac{|n_1 - n_2|}{n_1 + n_2} E_m; \quad E_m'' = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_m$$

Като се използват съотношенията (12) между амплитудите на падащата, отразената и пречупената вълна може да се дефинират две величини, които имат голямо практическо значение – коефициентите на отражение R и на преминаване T на светлината. Коефициентът на отражение се дефинира като отношението на интензитета на отразената вълна към интензитета на падащата, а коефициентът на преминаване – като отношението на интензитета на пречупената (преминалата) вълна към интензитета на падащата. Като се има предвид (12) и връзката между интензитета на вълната и нейната амплитуда ($I = EH \sim nE^2$), при падаща перпендикулярно светлинна вълна за R се получава:

$$R = \frac{I'}{I} = \frac{n_1 E_m'^2}{n_1 E_m^2} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 = \left(\frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1} \right)^2,$$

а за T :

$$T = \frac{I''}{I} = \frac{n_2 E_m''^2}{n_1 E_m^2} = n_{12} \left(\frac{2}{n_{12} + 1} \right)^2.$$