

Рентгенови лъчи. Дифракция на рентгенови лъчи – формула на Вулф – Брег. Ефект на Комптън

Рентгенови лъчи. Дифракция на рентгенови лъчи – формула на Вулф – Брег

Рентгеновите лъчи представляват електромагнитно лъчение с дължина на вълната от порядъка на 10^{-10} m. За първи път тази област от спектъра на електромагнитните вълни е наблюдавана от немския физик В. Рънтген през 1895 г., за което през 1901 г. той получава първата Нобелова награда за физика. Рънтген установил, че при облъчване на метал със сноп от бързи електрони се получава нов вид лъчение, което по-късно в негова чест било наречено *рентгенови лъчи*. Най-характерното свойство на тези лъчи е тяхната голяма проникваща способност, свързана с голямата им честота ($f \approx 10^{17} \div 10^{19}$ Hz).



рентгенови лъчи
фиг. 1

В днешно време рентгеновите лъчи се получават чрез специални рентгенови тръби, които представляват стъклен вакуумиран балон с два метални електрода – катод и анод (фиг. 1). От нагретия катод се излъчват електрони, които се ускоряват от високо напрежение ($U = 10^4 \div 10^5$ V), приложено между двата електрода. Някои от електроните при срещата си с анода рязко спират и при това генерират рентгенови лъчи. Полученото по този начин лъчение се нарича *спирачно* и се характеризира с непрекъснат спектър (фиг. 2). От гледна точка на квантовата теория непрекъснатият рентгенов спектър се обяснява просто. Нека кинетичната енергия на

един електрон преди удара с анода е $mv^2/2$. Ако част от тази енергия при удара се предава на кристалната решетка под формата на топлина Q , останалата част се предава на рентгеновия фотон:

$$(1) \quad hf = \frac{mv^2}{2} - Q.$$

Тъй като при случайните удари величината Q има различни стойности, енергията на излъчения рентгенов фотон може да бъде различна. Това обяснява присъствието на фотони с различни честоти и непрекъснатия спектър на полученото лъчение.

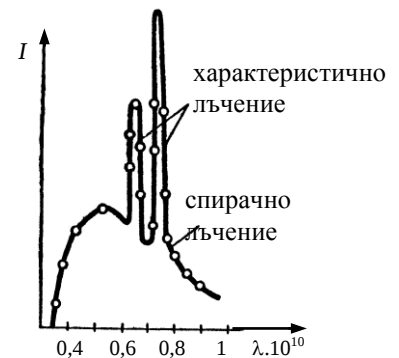
Съществуването на долна граница на дължината на вълната на излъчените рентгенови лъчи (фиг. 2) може също да се обясни с уравнение (1). В някои случаи при ударите си с анода електроните могат да отдадат цялата си енергия на рентгеновите фотони. Тогава от (1) следва, че $mv^2/2 = hf_{\max} = hc/\lambda_{\min}$. Тъй като енергията на електроните се определя от работата на електричните сили за ускоряването им, за $\lambda_{\min}$ се получава следният израз:

$$(2) \quad \frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU},$$

където U е приложеното ускоряващо напрежение между анода и катода. Равенството (2) определя късовълновата граница на спирачното рентгеново лъчение. Очевидно е, че минималната дължина на вълната е обратнопропорционална на приложеното напрежение.

При големи напрежения в рентгеновите тръби наред със спирачното лъчение възниква и друго лъчение, чийто спектър е линеен. Той се наслагва върху непрекъснатия, както се вижда на фиг. 2. Това лъчение се нарича *характеристично*, тъй като зависи от материала на анода и е различно за различните вещества. (Спирачното лъчение не зависи от веществото на анода, а само от напрежението на рентгеновата тръба.) Появата на характеристично рентгеново лъчение е свързана с взаимодействието между падащите електрони и електроните от метала на анода. Някои от попадащите върху анода бързи електрони успяват да проникнат до най-вътрешните, здраво свързани електрони от атомите на материала, от който е направен анодът. Взаимодействайки с тях, те им отдават част от енергията си, като ги привеждат във възбудено състояние. Когато тези възбудени атоми се връщат в основното си състояние, те излъчват рентгенови фотони. Излъчените при този процес на възбуждане фотони са характерни за веществото на анода и определят т.нар. *характеристичен спектър* на рентгеновите лъчи.

Дифракцията на рентгеновите лъчи е едно важно непосредствено доказателство за тяхната вълнова природа. За да се наблюдава дифракция на рентгенови лъчи, е необходима дифракционна решетка с константа d , съизмерима с λ . Толкова фина дифракционна решетка не е възможно да се изработи, но ако на пътя на рентгеновите лъчи се постави кристал с правилна периодична структура, става възможно



фиг. 2

наблюдаването на явлениято дифракция. Тъй като атомите в кристалната решетка са разположени на еднакви разстояния d един от друг, които са от порядъка на дължината на вълната на рентгеновите лъчи, кристалът представлява пространствена тримерна дифракционна решетка с константа $d \approx 10^{-10}$ m, от която рентгеновите лъчи дифрактират. Получената дифракционна картина се регистрира на фотографска плака и представлява съвкупност от светли и тъмни петна. Тя е резултат от взаимодействието между рентгеновите лъчи и атомите на кристала. От условията за дифракционни максимуми и минимуми, които са свързани с константата d и дължината на вълната λ , може да се получи информация за разположението на атомите и молекулите в кристала.

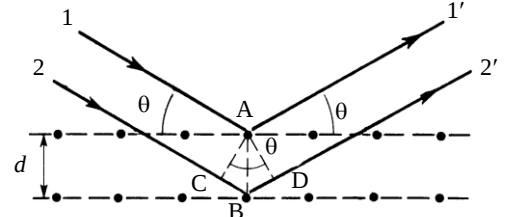
Ще разгледаме един прост метод за определяне на условията за дифракционни максимуми при дифракция на рентгенови лъчи. Методът е предложен от английския физик У. Брег и руския физик Г. Вулф, поради което се нарича *метод на Вулф и Брег*. Нека рентгеновите лъчи падат под определен ъгъл θ към повърхността на даден кристал (фиг. 3). Атомите на кристала са разположени на еднакви разстояния един от друг и лежат върху равнини, които са успоредни една на друга и се намират на разстояние d помежду си. За простота разглеждаме само първите две атомни равнини и два рентгенови лъча **1** и **2**, които се разсейват от атомите **A** и **B**. Разсеяните рентгенови лъчи са кохерентни и интерферират при наслагването си в дадена точка. Означаваме с **1'** и **2'** отразените от атомите **A** и **B** рентгенови лъчи. Разликата в оптичните пътища на тези два лъча очевидно е

$$\Delta = CB + BD = 2d \sin \theta .$$

(Коефициентът на пречупване на рентгеновите лъчи за всички среди е близък до единица.) Ако дължината на рентгеновите лъчи е λ , условието да се наблюдава максимум върху екрана ще бъде

$$(3) \quad 2d \sin \theta = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda ,$$

където $m = 1, 2, \dots$ е цяло число, определящо порядъка на съответния максимум. Изразът (3) се нарича *условие на Вулф – Брег* за наблюдаване дифракция на рентгенови лъчи от кристал. То позволява при известна дължина на вълната на рентгеновите лъчи да се определи разстоянието d , или константата на съответната кристална решетка. Методът дава възможност да се реши и обратната задача – при известна константа d чрез измерване на ъгъла θ (за $m = 1$) да се определи дължината на вълната λ на рентгеновите лъчи.



фиг. 3

Ефект на Комптън

Квантовите свойства на рентгеновите лъчи се проявяват в явление, открито от американския физик А. Комптън през 1923 г. и известно във физиката като *ефект на Комптън*. Изследвайки разсейването на монохроматични рентгенови лъчи от леки вещества (графит, парафин, бор, които имат малка атомна маса), той установил, че в снопа разсеяни рентгенови лъчи винаги присъстват не само лъчи с първоначалната дължина на вълната, но и такива с по-голяма дължина. Експериментът показвал, че това увеличение на дължината на вълната не зависи от вида на разсейващото вещество, нито от началната дължина на вълната на рентгеновите лъчи, а зависи само от ъгъла φ между направлението на падащия сноп лъчи и разсеяния:

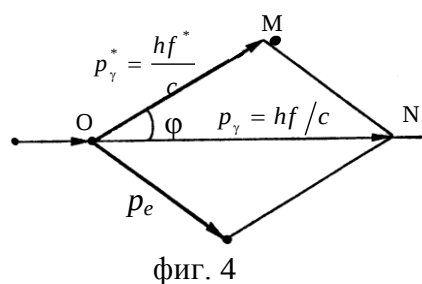
$$(4) \quad \Delta\lambda = \lambda^* - \lambda = \lambda_C (1 - \cos \varphi) ,$$

където λ^* е дължината на вълната на разсеяните лъчи, λ – дължината на вълната на падащите, а λ_C е една константа, наречена по-късно *комптънова дължина на вълната* за електрона.

Комптън не успял да обясни получените резултати с вълновите свойства на рентгеновите лъчи. Когато допуснал, че рентгеновите лъчи са поток от фотони, които взаимодействат със свободните електрони на разсейващото вещество като частици с частици, ефектът станал лесно обясним.

При ефекта на Комптън фотоните взаимодействат със слабо свързаните електрони в атомите на леките вещества. С приближение тези електрони могат да се разглеждат като свободни. В случая рентгеновият фотон отдава част от енергията и импулса си на свободния електрон. В резултат на това електронът придобива импулс и енергия и отскача в някакво направление, енергията на фотона намалява, а дължината на вълната му се увеличава. Направлението на движение на фотона също се променя, тъй като импулсът му се променя, т.е. той се разсейва от свободния електрон.

За количествено обяснение на получените резултати Комптън предположил, че ударът между рентгеновия фотон и свободния електрон може да се разглежда като еластичен удар между две частици.



В такъв случай, ако енергията на падащия рентгенов фотон е $E_\gamma = hf$, а импулсът му $p_\gamma = hf/c$, след удара със свободния електрон неговата енергия $E_\gamma^* = hf^*$ и импулс $p_\gamma^* = hf^*/c$ намаляват, а направлението му на движение се променя вследствие на разсейването (фиг. 4). Свободният електрон преди удара се намира в състояние на покой ($p_e = 0$) и има енергия в покой $E_0 = mc^2$. След удара той придобива импулс, различен от нула – $\vec{p}_e = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma m \vec{v}$, а енергията му е $E_e = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma mc^2$. За

опростяване на записа е използвано $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

От законите за запазване на енергията и импулса, които са в сила при еластичните удари, получаваме

$$(5) \quad hf + mc^2 = \gamma mc^2 + hf^*,$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_e + \vec{p}_\gamma^*.$$

Големината на импулса на електрона може да се определи, като се използва косинусовата теорема за триъгълника **OMN**:

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + p_\gamma^{*2} - 2 p_\gamma p_\gamma^* \cos \varphi;$$

$$(\gamma m v)^2 = \left(\frac{hf}{c}\right)^2 + \left(\frac{hf^*}{c}\right)^2 - \frac{2h^2}{c^2} ff^* \cos \varphi.$$

Като приведем под общ знаменател получаваме

$$(6) \quad \gamma^2 m^2 v^2 c^2 = (hf)^2 + (hf^*)^2 - 2h^2 ff^* \cos \varphi.$$

Уравнение (5) може да се представи по следния начин:

$$\gamma mc^2 = h(f - f^*) + mc^2$$

и като се повдигне на квадрат, ще се получи:

$$\gamma^2 m^2 c^4 = h^2 (f - f^*)^2 + 2hmc^2 (f - f^*) + m^2 c^4;$$

$$(7) \quad (\gamma^2 - 1)m^2 c^4 = (hf)^2 + (hf^*)^2 - 2h^2 ff^* + 2hmc^2 (f - f^*).$$

Като се има предвид, че $\gamma^2 - 1 = \gamma^2 \frac{v^2}{c^2}$, (7) придобива вида

$$(8) \quad \gamma^2 m^2 v^2 c^2 = (hf)^2 + (hf^*)^2 - 2h^2 ff^* + 2hmc^2 (f - f^*).$$

Тъй като левите части на (6) и (8) са равни, като приравним и десните им части получаваме

$$2h^2 (1 - \cos \varphi) ff^* = 2hmc^2 (f - f^*),$$

а като разделим на $2hmcff^*$:

$$(9) \quad \frac{c}{f^*} - \frac{c}{f} = \lambda^* - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \varphi).$$

От сравнението на (9) с (4) се вижда, че комптъновата дължина на вълната за електрона е $\lambda_C = h/mc$; като се заместят стойностите на h , m и c за λ_C се получава стойността 2,4 pm. Тогава изменението на дължината на вълната за разсеяните рентгенови лъчи окончателно придобива вида $\Delta\lambda = 2,4(1 - \cos \varphi)$, pm, което съвпада с получените резултати от измерванията.