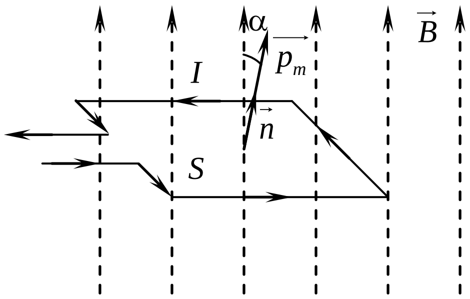
# Магнитно поле – хипотеза на Ампер. Основни характеристики – магнитен момент, магнитна индукция. Силови линии на магнитно поле на постоянен магнит и проводник с ток. Закон на Био–Савар. Частни случаи – магнитно поле на прав и кръгов проводник

## Магнитно поле – хипотеза на Ампер. Основни характеристики – магнитен момент, магнитна индукция

Хората са познавали и изучавали магнитните сили и магнитните свойства на веществата от дълбока древност. Магнитните сили, също както и електричните, действат на разстояние. Следователно магнитното взаимодействие, също както и електричното, се осъществява чрез поле, което е наречено магнитно поле. В началото на 19 век е установена връзка между електричните и магнитните явления – датският физик Оерщед показва, че около проводник, по който тече електричен ток, се създава магнитно поле. След установяването на тази връзка, имайки предвид наскоро формулираната атомно-молекулна теория за строежа на веществата, френският физик Ампер изказва хипотезата, че магнитното поле винаги се създава от протичащ електричен ток. Неговата идея е била, че магнитното поле на постоянните магнити също е следствие от протичане на токове (микротокове) в магнита, които той нарича молекулярни токове. Хипотезата му е потвърдена след почти един век с изясняването на строежа на атома. Така, според съвременните представи, магнитното поле е обект, който се създава около движещи се електрични заряди и осъществява магнитното взаимодействие между тях.

За изучаване свойствата на магнитното поле е необходимо да използваме някакво пробно тяло (модел), върху което полето да въздейства по определен начин, т.е пробното тяло трябва също да създава магнитно поле. Тъй като магнитното поле се създава от движещи се заряди (напр. електричен ток) е удобно да изберем за такова тяло проводник, по който протича постоянен ток. От друга страна постоянен ток може да протича само в затворена верига, затова за пробно тяло се избира затворен токов контур. За максимално опростяване на модела избираме равнинна правоъгълна рамка с ток, чиито размери са малки и могат да се пренебрегнат в сравнение с разстоянието между контура и източника на магнитното поле (подобно на точков заряд или материална точка). За основна характеристика на токовия контур избираме неговият магнитен момент $\overrightarrow{p_m}$ (фиг. 1):



фиг. 1

$$\overrightarrow{p_m} = I\vec{S} = IS\vec{n},$$

където $\boldsymbol{I}$ е големината на тока, който протича по контура, а $\vec{S}$ е векторът на площта на контура, дефиниран като произведение на площта $\boldsymbol{S}$ на контура и единичният вектор $\vec{n}$ по нормалата към контура. Положителната нормала на контура се избира така, че когато гледаме от върха на $\vec{n}$ токът да протича в посока обратна на часовниковата стрелка.

Когато поставим токовия контур в еднородно магнитно поле (пунктирните стрелки на фиг. 1), той се завърта и магнитният му момент $\overrightarrow{p_m}$ се насочва по посока на полето. Следователно външното магнитно поле взаимодейства с магнитното поле на контура чрез сила, която създава въртящ момент $\vec{M}$. Експериментално е установено, че въртящият момент зависи от магнитния момент на контура и ъгъла **α**, който сключва нормалата на контура с посоката на полето. Въртящият момент е максимален, когато $\boldsymbol{\alpha=\pi/2}$ и е равен на нула, когато $\boldsymbol{\alpha=0}$, т.е. големината му зависи от **sinα** и той може да се представи като векторно произведение на два вектора. Оказва се също, че ако поставим друг контур в полето, с различен магнитен момент, максималният въртящ момент $\boldsymbol{M_{max}}$ е различен за различните контури, но отношението $\boldsymbol{M_{max}/p_m}$ остава едно и също. Следователно това отношение не зависи от пробния контур, а е характеристика само на полето, т.е. можем да го изберем за основна величина, характеристиризираща магнитното поле (сравнение с начина, по който дефинирахме интензитет на електростатично поле). Тази величина наричаме магнитна индукция $\vec{B}$. Сега можем да запишем и векторното произведение, за което говорихме по-горе:

$$\vec{M} = \overrightarrow{p_m} \times \vec{B}, \qquad M = p_m B \sin\alpha, \qquad M_{\max} = p_m B$$

$$(1)\quad B = \frac{M_{\max}}{p_m}.$$

Следователно, големината на магнитната индукция на полето (1) се определя от големината на максималният въртящ момент, който действа на токов контур с единичен магнитен момент, поставен в това поле, а посоката ѝ се определя от посоката, в която се ориентира токовият контур под действие на полето. От (1) можем да определим и мерната единица за магнитна индукция – [N/(A.m)]. Тази единица е наречена тесла [T], в чест на сръбския физик и изобретател Никола Тесла.

Според хипотезата на Ампер, в постоянните магнити протичат микротокове, които определят тяхното силно магнитно поле. Оказва се, че такива микротокове протичат във всички вещества – те са обусловени от движението на електроните в атома. Тези микротокове, подобно на токовата рамка, която разгледахме по-горе, се ориентират по определен начин във външно магнитно поле. Следователно, магнитното поле, създадено от тях може да усилва или отслабва външното поле т.е. при едно и също външно поле (например породено от проводник, по който тече ток $I$), магнитното поле в различните вещества ще бъде различно (ще се променя магнитната индукция на полето в даденото вещество) в зависимост от неговите магнитни свойства. За да характеризираме различните магнитни полета в различни вещества, при една и съща индукция на външното поле, въвеждаме величината интензитет на магнитното поле в даденото вещество:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}.$$

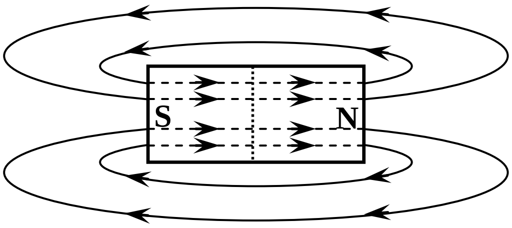
Тук $\mu_0$ е универсална константа (подобно на $\varepsilon_0$), нарича се магнитна константа или магнитна проницаемост на вакуума и се измерва в **[N/A²]**, а $\mu_r$ е безразмерна величина, характеристика на всяко вещество, и показва колко пъти се увеличава или намалява магнитното поле в даденото вещество спрямо полето във вакуум. Затова $\mu_r$ се нарича относителна магнитна проницаемост на даденото вещество (подобно на $\varepsilon_r$). За повечето вещества (т.нар. диамагнетици и парамагнетици) $\mu_r$ е константа близка до единица. Има обаче една група вещества, наречени феромагнетици (от тях се приготвят постоянните магнити), за които $\mu_r \gg 1$ и зависи силно от индукцията (интензитета) на външното магнитно поле. Ние можем да използваме величината интензитет на магнитното поле и за вакуум (за вакуума $\mu_r = 1$) и тогава

$$\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Мерната единица за интензитет на магнитно поле е **[A/m]**.

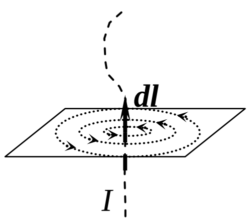
### Силови линии на магнитно поле на постоянен магнит и проводник с ток

Можем да продължим аналогията с електростатичното поле. Магнитното поле също може да се изобразява графично със силови линии на магнитната индукция. Това са такива линии, чиито допирателни във всяка точка от магнитното поле съвпадат с посоката на вектора на магнитната индукция в тази точка. За разлика от силовите линии на интензитета на електростатичното поле, силовите линии на магнитната индукция са затворени линии. Това се дължи на факта, че не съществуват магнитни заряди – магнитното поле се създава също от електрични заряди (но движещи се). Това определя и основната разлика между електростатичното и магнитното поле – докато електростатичното поле е потенциално, магнитното е вихрово. Както ще видим по-късно (3 въпрос), за магнитното поле не можем да дефинираме потенциал, както направихме това за електростатичното.



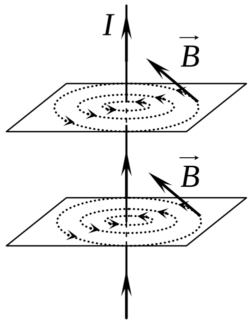
фиг. 2

Ще разгледаме по-подробно силовите линии на магнитното поле в случаите, когато то се създава от постоянни магнити и проводници, по които протича електричен ток. Силовите линии на полето на постоянен магнит (напр. пръчковиден магнит, фиг. 2) приличат външно на силовите линии на електростатичното поле на електричен дипол, но с една съществена разлика – вътре в магнита също има силови линии и те са насочени от южния към северния полюс, като по този начин те затварят привидно отворените външни силови линии. Тъй като магнитното поле най-често се създава от проводници с ток, ще дадем едно правило за построяване на силовите линии на токов елемент – безкрайно малък елемент $dl$ от проводник, по който протича ток $I$ (фиг. 3), което ще обосновем по-късно. В този случай магнитните силови линии са разположени в равнина перпендикулярна на токовия елемент и са концентрични окръжности, с центрове върху токовия елемент, а посоката им се определя от



фиг. 3

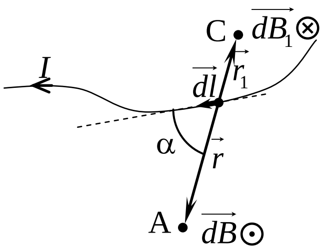
следното правило на свитите пръсти на дясната ръка: ако палецът сочи в посоката на тока в елемента, свитите пръсти сочат в посока на силовите линии. Като използваме принципа на суперпозицията, можем да построим магнитните силови линии на произволен проводник с ток. Напр. за праволинеен проводник с ток (фиг. 4) силовите линии във всяка равнина, перпендикулярна на проводника, са концентрични окръжности, с центрове върху проводника.



фиг. 4

### Закон на Био–Савар

Казахме, че магнитното поле се създава от проводници, по които тече ток. Магнитната индукция на полето на такъв проводник може да се определи експериментално. Така са постъпили френските физици Ж. Био и Ф. Савар, които са изследвали магнитното поле на различни проводници, по които тече ток. Те установили, че стойността на магнитната индукция в дадена точка от пространството около проводниците зависи от големината на тока, от формата и дължината на проводниците, а също и от разстоянието между тази точка и съответния проводник. Резултатите от техните експериментални изследвания били обобщени от френския физик и математик П. Лаплас, който определил математическия израз на опитно установените зависимости. Този израз сега наричаме закон на Био–Савар. Нека разгледаме един проводник с произволна форма и размери, по който тече постоянен ток $\boldsymbol{I}$ (фиг. 5). Ще формулираме закона на Био–Савар за един физически малък елемент $\vec{dl}$ от проводника. В **т. А** от полето около проводника, намираща се на разстояние $\boldsymbol{r}$ от елемента $\boldsymbol{dl}$, магнитната индукция $\vec{dB}$, създавана от този елемент, се дава с формулата:



фиг. 5

$$(2)\quad \vec{dB} = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\vec{r}}{r^3}.$$

Векторът $\vec{dl}$ е насочен в посоката на тока, а векторът $\vec{r}$ – от елемента $\boldsymbol{dl}$ към **т. А**. Виждаме, че посоката на $\vec{dB}$ се определя от посоката на векторното произведение т.е. в дадения случай ще бъде насочен към нас. Ако **т. С** се намира от другата страна на проводника (фиг. 5), посоката на индукцията $\vec{dB_1}$, създавана от елемента $\vec{dl}$ в тази точка ще бъде противоположна (тъй като за нея векторът $\vec{r_1}$ ще бъде в противоположната посока). Виждаме, че оттук се получава и обяснението на правилото за посоката на магнитните силови линии на полето, създадено от проводник с ток, което формулирахме в по-горе.

Големината на магнитната индукция $\boldsymbol{dB}$, създавана от елемента $\vec{dl}$ в **т. А**, ще бъде:

$$(3)\quad dB = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

където $\boldsymbol{\alpha}$ е ъгълът (фиг. 5), който сключва векторът $\vec{dl}$ (а следователно и посоката на тока) с посоката на $\vec{r}$ (т.е. посоката към **т. А**).

Магнитната индукция е векторна величина и за нея също е валиден принципът на суперпозицията. Затова, ако искаме да определим индукцията $\vec{B}$, която създава целият проводник в **т. А**, трябва да сумираме векторно индукциите, създадени от всички елементи $\vec{dl}$, т.е. да интегрираме по цялата дължина $\boldsymbol{L}$ на проводника:

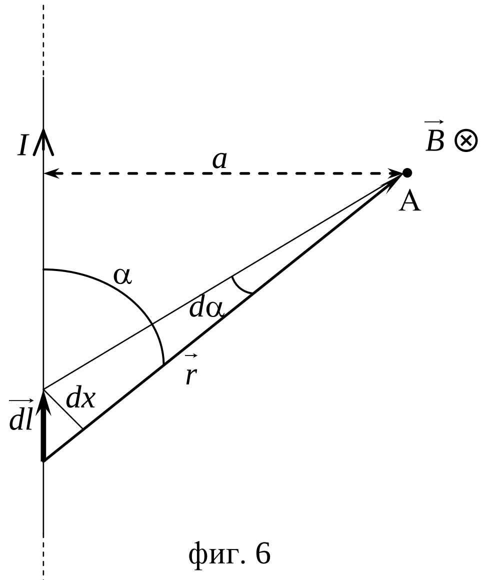
$$(4)\quad \vec{B} = \int_L \vec{dB}.$$

### Частни случаи – магнитно поле на прав и кръгов проводник

Във всеки конкретен случай, като използваме (2), (3) и (4), можем да получим магнитната индукция на полето в точка, в която ни е необходима. Ще разгледаме двата най прости случая – когато проводникът е праволинеен и кръгов.

Първо ще определим магнитната индукция $\vec{B}$ на полето, създавано от безкраен праволинеен проводник, по който тече постоянен ток $\boldsymbol{I}$, на разстояние $\boldsymbol{a}$ от проводника (фиг. 6). Тъй като магнитната индукция е векторна величина, трябва да определим големината и посоката ѝ. Всеки елемент $\vec{dl}$ от проводника лежи в равнината на чертежа и всички те са еднопосочни (в посоката на тока). Векторите $\vec{r}$ за всеки от елементите $\vec{dl}$ също лежат в равнината на чертежа. Следователно векторното произведение

$\vec{dl}\times\vec{r}$, което определя посоката на $\vec{dB}$ за всеки елемент $\vec{dl}$, ще бъде насочено перпендикулярно на равнината на чертежа (при избраната посока на тока – от нас към чертежа). Тъй като посоката на всички вектори $\vec{dB}$ е една и съща, такава ще бъде и посоката на $\vec{B}$ в **т. А**, а големината на индукцията ***B*** ще определим като сумираме всички индукции ***dB*** за всички елементи ***dl*** от проводника, тъй като векторите $\vec{dB}$ са еднопосочни, т.е.:



фиг. 6

$$(5)\quad B=\int_L dB=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}I\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin\alpha}{r^2}dl\,.$$

По-лесно ще пресметнем интеграла (5) ако сменим променливата ***l*** с ъгъла **α**, тъй като когато ***l*→–∞ α→0**, а когато ***l*→+∞ α→π**. Трябва обаче да изразим и величините ***r*** и ***dl*** чрез ***a***, **α** и ***d*α** (фиг. 6):

$$(6)\quad \left.\begin{array}{l} r=\dfrac{a}{\sin\alpha}\\ dx=dl\sin\alpha\\ dx\approx r\tan d\alpha\approx rd\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow dl=\frac{r}{\sin\alpha}d\alpha=\frac{a}{\sin^2\alpha}d\alpha\,.$$

Като заместим ***r*** и ***dl*** от (6) в (5) получаваме:

$$B=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\int_0^{\pi}\sin\alpha d\alpha=-\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\cos\alpha\Big|_0^{\pi}=-\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\cos\pi-\cos 0\right).$$

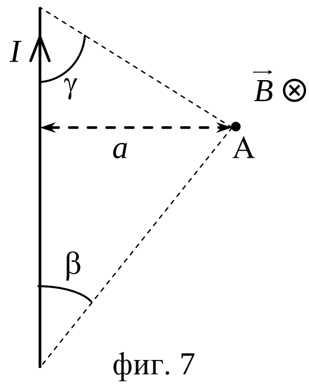
$$(7)\quad B=\frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}\frac{I}{a}.$$

Виждаме, че магнитната индукция на безкраен праволинеен проводник с ток в дадена точка зависи само от големината на тока, който тече по проводника и разстоянието от точката до проводника (7).

Ако проводникът не е с безкрайна дължина (фиг. 7), можем да направим същите разсъждения, а промяната ще бъде само в границите на интегрирането – ъгълът **α** се изменя от **β** до **π–γ** вместо от **0** до **π**. Така, за големината на магнитната индукция на проводник с дължина ***l*** в **т. А**, получаваме:

$$B=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\int_{\beta}^{\pi-\gamma}\sin\alpha d\alpha=-\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\cos\alpha\Big|_{\beta}^{\pi-\gamma}=-\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\cos(\pi-\gamma)-\cos\beta\right)=-\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\left(-\cos\gamma-\cos\beta\right).$$

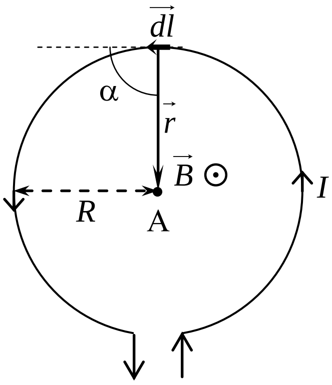
$$(8)\quad B=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\cos\gamma+\cos\beta\right).$$



фиг. 7

От фиг. 7 се вижда, че ъглите **β** и **γ**, които сключват направленията от **т. А** към краищата на проводника със самия проводник, зависят от дължината ***l*** на проводника. Ако проводникът е безкраен, ъглите **β** и **γ** клонят към **0** и (8) придобива вида (7).

Ще определим и магнитната индукция, която създава кръгов ток в центъра на кръга в равнината на проводника (фиг. 8). Посоката на магнитната индукция $\vec{dB}$ в **т. А** за всеки елемент $\vec{dl}$ от проводника също е перпендикулярна на чертежа, тъй като векторите $\vec{dl}$ и $\vec{r}$ лежат в равнината на чертежа, (за дадената посока на тока $\vec{dB}$ е насочен към нас) и следователно посоката на $\vec{B}$ също ще бъде такава, а големината ***B*** ще получим като сумираме всички индукции ***dB*** за всички елементи ***dl***, тъй като и в този случай векторите $\vec{dB}$ са еднопосочни. Тъй като проводникът не е безкраен, можем да използваме (3) без да сменяме променливата на интегриране. От друга страна, всеки елемент $\vec{dl}$ е насочен по допирателната към окръжността, т.е. той е перпеникулярен на радиуса на окръжността, а следователно и на $\vec{r}$ – **sinα** за всички елементи ***dl*** ще бъде **1**. Разстоянието ***r*** от всеки елемент ***dl*** до **т. А** също е еднакво и е равно на радиуса на окръжността ***R***. Така за големината на индукцията ***B*** в центъра на кръга получаваме:



фиг. 8

$$B=\int_L dB=\int_L \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{R^2}\int_L dl=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R$$

(9) $B=\mu_0\mu_r\dfrac{I}{2R}$.

Подчертаваме, че (9) е големината на магнитната индукция в центъра на кръга в равнината на проводника. Магнитната индукция в точка, която се намира на перпендикуляра към чертежа по оста на токовия контур извън равнината на чертежа, ще бъде по-малка от (9), защото ще се увеличи разстоянието от точката до всеки елемент ***dl*** от проводника.