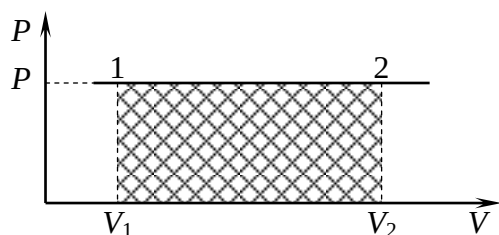


8 въпрос

Работа при термодинамични процеси. Работни диаграми (P-V)

Работа при изобарни, изохорни и изотермни процеси



фиг. 1

Формулата за работата, която върши газът срещу външните сили е $dA = PdV$ (18 въпрос). Тази връзка ни даде възможност да представяме процесите в P - V диаграма и да получаваме работата като площта под кривата на процеса, поради което P - V диаграмата се нарича още работна диаграма. Ще използваме формулата, получена в 18 въпрос, за да пресметнем работата, която извършва газът срещу външните сили в някои от най-важните термодинамични процеси – изобарен, изохорен и изотермен. Ще направим това първо за най-простият случай, в

който се извършва работа – за **изобарния процес** (фиг. 1). Ако газът се разширява при постоянно налягане P от състояние 1 с обем V_1 до състояние 2 с обем V_2 , графиката е права линия, успоредна на абсцисната ос, а **извършената работа** ще бъде:

$$dA = PdV$$

$$(1) \quad A = \int_1^2 dA = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = PV \Big|_{V_1}^{V_2} = P(V_2 - V_1),$$

тъй като налягането $P = \text{const}$. Виждаме, че това действително е площта на правоъгълника, заключен между графиката на процеса и абсцисната ос, между състоянията 1 и 2.

При **изохорния процес** (фиг. 2) обемът V не се променя ($dV = 0$), следователно не се върши работа от газа. Графиката на процеса е права, успоредна на ординатната ос, т.е. площта под нея е нула и **работата**:

$$(2) \quad dA = PdV = 0 \Rightarrow A = 0$$

също е нула. Процесът 1–2 се извършва при повишаване на температурата на газа, а 1–3 – при нейното понижаване. Това е следствие от полученото в 3 въпрос уравнение – $PV = NkT$, и следователно при $V = \text{const}$, $P \sim T$.

Графиката на **изотермния процес** от състояние 1 до състояние 2 в P - V диаграма (фиг. 3) е хипербола (закон на Бойл – Мариот, $T = \text{const}$, $PV = \text{const}$, $P \sim 1/V$). **Работата** A също е площта под графиката, между V_1 и V_2 :

$$dA = PdV$$

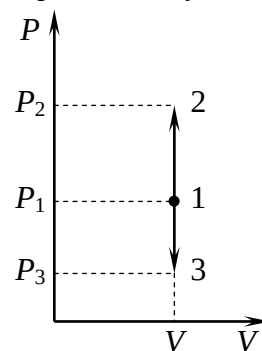
$$A = \int_1^2 dA = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow P = \frac{m}{\mu} RT \frac{1}{V}$$

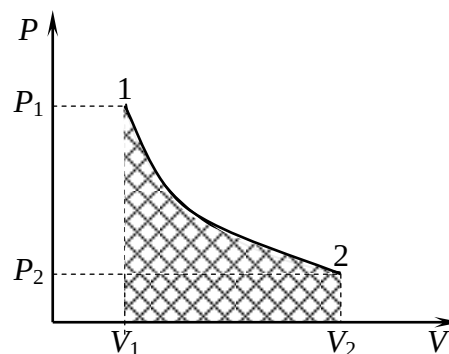
$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{1}{V} dV = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$(3) \quad A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

За изразяването на налягането като функция на обема сме използвали закона на Клапейрон – Менделеев и сме изнесли константите m , μ , R и T пред интеграла.



фиг. 2



фиг. 3

Работа при адиабатни процеси

От сравнението на графиките на изотермния и адиабатния процеси на **фиг. 4** може да се направи извода, че при адиабатно разширение ($V_2 > V_1$) температурата на газа намалява. Това не е неочакван резултат, тъй като газът при разширяване върши положителна работа и от първия принцип на термодинамиката следва, че вътрешната му енергия (а оттам и температурата) намалява. Още в 19 въпрос казахме, че при адиабатните процеси винаги се извършва работа за сметка на вътрешната

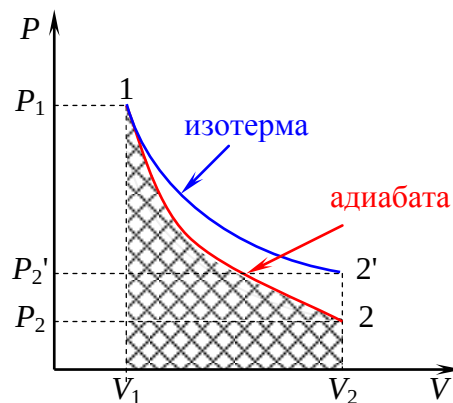
енергия на системата. Тази работа, както и при другите изопроцеси, е равна на заштрихованата площ под графиката (адиабатата) на P - V диаграмата. Можем да определим **работата**, която извършва термодинамичната система при **адиабатното разширение** от състояние 1 с параметри P_1, V_1, T_1 до състояние 2 с параметри P_2, V_2, T_2 , представено на фиг. 4, като използваме първия принцип и изрази за промяната на вътрешната енергия чрез моларния топлинен капацитет при постоянен обем C_V :

$$dA = -dU = -\frac{m}{\mu} C_V dT$$

$$A = \int_1^2 dA = -\int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} C_V dT = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{m}{\mu} C_V T \Big|_{T_1}^{T_2}$$

$$(4) \quad A = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

Виждаме, че за да бъде извършената работа A положителна, трябва $T_2 < T_1$.



фиг. 4

Работа при политропни процеси

Работата, която извършва газът при политропен процес, ще пресметнем пак от основната формула за работа $dA = PdV$. Уравнението на политропния процес е $PV^n = \text{const}$, където $n = \frac{C_\mu - C_p}{C_\mu - C_v}$ (19 въпрос).

Ако параметрите на газа в началното състояние са P_1, V_1 и T_1 , уравнението на процеса може да се запише във вида:

$$PV^n = P_1 V_1^n,$$

където P и V са параметрите в произволен момент след началото на процеса. Тогава можем да изразим налягането P чрез обема V и параметрите в началното състояние (които са точно определени):

$$P = \frac{P_1 V_1^n}{V^n}$$

и за работата ще получим:

$$(5) \quad A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right),$$

в случая, когато $n \neq 1$ ($n=1$ е случаят на изотермен процес (3)). Можем да получим (5) и като зависимост от началната температура T_1 , като използваме закона на Клапейрон-Менделеев, приложен за началното състояние $P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$:

$$(6) \quad A = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right).$$

От (5) или (6) можем да получим работата при всички останали изопроцеси (1), (2) и (4), ако заместим n с неговата конкретна стойност – съответно 0 , γ и ∞ за изобарен, адиабатен и изохорен процес.