

Адиабатни процеси. Уравнение на Поасон. Политропни процеси

Адиабатни процеси. Уравнение на Поасон

Ще разгледаме още един вид процеси с голямо приложение в техниката – **адиабатните процеси**. Тези процеси **протичат при отсъствие на топлообмен между термодинамичната система и околната среда**, т.е. $dQ = 0$. Адиабатните процеси също са изопроцеси – при тях не се променя една величина, с която ще се запознаем по-късно – ентропията на системата. Ако запишем първият принцип на термодинамиката за адиабатен процес:

$$(1) dQ = dU + dA = 0,$$

виждаме, че при адиабатните процеси всяко изменение на вътрешната енергия е свързано с извършване на работа от разглежданата система. Ако системата, в която протича процесът, извършва работа, вътрешната ѝ енергия намалява. Когато върху системата се извършва работа, вътрешната ѝ енергия се увеличава. За да бъде един процес адиабатен, той трябва да протича толкова бързо, че да не може да се осъществи топлообмен с околната среда. Строго адиабатни процеси в природата няма. Примери за адиабатни процеси са разширяването и свиването на горещите газове в цилиндрите на двигателите с вътрешно горене, разпространението на звуковите вълни във въздуха и др.

За адиабатните процеси, също както за другите изопроцеси, може да се получи проста зависимост между основните термодинамични параметри, подобна на законите на Бойл – Мариот, Гей-Люсак и Шарл. Нека да разгледаме адиабатен процес от състояние 1 с параметри P_1, V_1, T_1 до състояние 2 с параметри P_2, V_2, T_2 . Ако заместим в (1) изразите за работата и вътрешната енергия, изведени в 18 въпрос, ще получим:

$$(2) \frac{m}{\mu} C_v dT + PdV = 0.$$

Промяната на вътрешната енергия на **1 mol** газ е $dU = C_v dT$, а за произволно количество трябва да умножим по броя на молекулите m/μ . Можем да изразим налягането P от закона на Клапейрон – Менделеев и да го заместим в (2):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow P = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$$

$$\frac{m}{\mu} C_v dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = 0$$

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v} \frac{dV}{V}$$

Ако интегрираме последното равенство от състояние 1 до състояние 2 ще получим връзка между обема V и температурата T :

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{R}{C_v} \frac{dV}{V} = -\frac{R}{C_v} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\frac{C_p - C_v}{C_v} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \left(1 - \frac{C_p}{C_v}\right) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \quad \left(\gamma = \frac{C_p}{C_v}\right)$$

$$\ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = (1 - \gamma) \ln V \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = (1 - \gamma) \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1 - \gamma} = \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}$$

$$T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_2 V_2^{\gamma - 1}$$

Отношението на специфичните топлинни капацитети на газа при постоянно налягане C_p и при постоянен обем C_v ($\gamma = C_p/C_v$) се нарича константа на Поасон. Последното равенство е записано за две произволно избрани състояния на системата при адиабатния процес. Следователно произведението $TV^{\gamma-1}$ остава постоянно през целия процес т.е.:

$$(3) TV^{\gamma-1} = \text{const}.$$

Това е търсената връзка между основните параметри на газа т.е. един от записите на уравнението на адиабатния процес. Тъй като повечето процеси се изобразяват в P – V диаграма, по-удобно е да записваме уравнението чрез връзка между налягането P и обема V . Такава връзка можем да намерим лесно, ако изразим температурата от закона на Клапейрон – Менделеев и я заместим в (3):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow T = \frac{\mu}{mR} PV$$

$$TV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{mR} PVV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{mR} PV^{\gamma} = \text{const}$$

$$(4) PV^{\gamma} = \text{const}.$$

Получената зависимост (4) между налягането и обема на газа при адиабатен процес се нарича уравнение на Поасон за адиабатните процеси. Трябва да се има предвид, че константите в (3) и (4) са различни!

Графиката на адиабатния процес, представена на P – V диаграма е подобна на изотермата, но е по-стръмна от нея (фиг. 1). Нека една термодинамична система преминава от състояние 1 с параметри P_1 , V_1 , T_1 до състояние 2' с параметри P_2' , $V_2 = nV_1$, T_1 чрез изотермен процес. Ако системата претърпи адиабатен процес от същото начално състояние 1 до състояние 2 със същия краен обем $V_2 = nV_1$, както при изотермния процес, нейните крайни температура T_2 и налягане P_2 ще бъдат различни. Тъй като двете криви започват от една и съща точка на диаграмата (имат еднакви начални параметри), можем да преценим коя е по-стръмна като сравним крайните налягания P_2 и P_2' . От уравненията на двата процеса (закона на Бойл – Мариот, 16 въпрос и (4)) получаваме:

$$PV = \text{const}$$

$$P_1V_1 = P_2'V_2 = P_2'nV_1,$$

$$P_2' = \frac{P_1}{n}$$

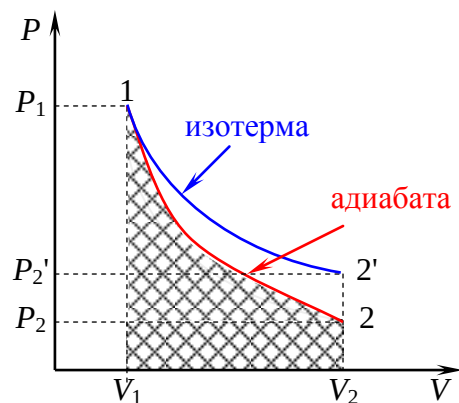
за изотермния процес и:

$$PV^{\gamma} = \text{const}$$

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = P_2n^{\gamma}V_1^{\gamma}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{n^{\gamma}}$$

за адиабатния процес. Тъй като $n > 1$ и $\gamma > 1$, $P_2 < P_2'$. Следователно адиабатата е по стръмна от изотермата.



фиг. 1

Политропни процеси

Политропни се наричат процесите, при които топлинният капацитет на системата остава постоянен т.е. $C = \text{const}$ (съответно всички топлинни капацитети – специфичен, моларен и др. остават постоянни). За политропните процеси също може да се намери уравнение, което ги описва, подобно на уравненията за другите процеси, които разгледахме – изотермен, адиабатен и т.н. Ще подходим по същия начин, както при намирането на уравнението на адиабатните процеси – ще използваме първия принцип на термодинамиката и уравнението на Клапейрон–Менделеев, както и определенията за различните топлинни капацитети (18 въпрос). За опростяване на пресмятанията ще ги направим за **1 mol** идеален газ. Първият принцип на термодинамиката за един мол газ, като имаме предвид определенията за топлинните капацитети, може да се запише във вида:

$$(5) C_{\mu} dT = C_V dT + PdV.$$

Като използваме уравнението на Клапейрон–Менделеев, можем да изключим единия от трите параметъра в (5), напр. температурата T . За един мол газ ще имаме:

$$PV = RT$$

и като диференцираме двете страни:

$$(6) PdV + VdP = RdT.$$

Като изключим температурата T от (5) и (6)

$$dT = \frac{1}{R}(PdV + VdP)$$

$$(C_\mu - C_V)dT = PdV$$

$$\frac{(C_\mu - C_V)}{R}(PdV + VdP) = PdV$$

$$(C_\mu - C_V)(PdV + VdP) = RPdV$$

и групираме членовете ще получим:

$$(7) (C_\mu - C_V - R)PdV + (C_\mu - C_V)VdP = 0,$$

а като разделим (7) на PV (което очевидно е различно от нула) и използваме уравнението на Майер $C_P = C_V + R$ (18 въпрос)

$$(8) (C_\mu - C_P)\frac{dV}{V} + (C_\mu - C_V)\frac{dP}{P} = 0.$$

Всички топлинни капацитети в (8) са константи и интегрирането на уравнението (8) ни довежда до:

$$(9) (C_\mu - C_P)\ln V + (C_\mu - C_V)\ln P = \text{const}.$$

Ако $C_\mu = C_V$ имаме изохорен процес, чието уравнение вече познаваме (16 въпрос). Ако $C_\mu \neq C_V$, можем да разделим (9) на $C_\mu - C_V$ и окончателно за [уравнението на политропните процеси](#) ще получим:

$$\frac{C_\mu - C_P}{C_\mu - C_V} \ln V + \ln P = \text{const}$$

$$\ln PV^n = \text{const} \quad n = \frac{C_\mu - C_P}{C_\mu - C_V}$$

$$(10) PV^n = \text{const}.$$

Степенният показател $n = \frac{C_\mu - C_P}{C_\mu - C_V}$ в (10) се нарича показател на политропата. Виждаме, че

уравнението (10) на политропния процес е подобно на уравненията на другите процеси, с които работихме досега. Това не е учудващо, тъй като всички тези процеси са частни случаи на политропен процес. При $n = 0$ имаме изобарен процес ($C_\mu = C_P$) и уравнението е $PV^0 = \text{const} \Rightarrow P = \text{const}$, при $n = 1$ – изотермен с уравнение $PV = \text{const}$, при $n = \gamma$ процесът е адиабатен – $PV^\gamma = \text{const}$, а при $n \rightarrow \infty$ (когато $C_\mu = C_V$) видяхме, че процесът е изохорен. Можем да изразим моларния топлинен капацитет от показателя на политропата:

$$C_\mu = \frac{nC_V - C_P}{n - 1}$$

откъдето можем да определим и моларните топлинни капацитети при другите два изопроцеса – адиабатния и изотермния. При $n = \gamma$ получаваме $C_\mu = 0$, което следва и от определението за топлинен капацитет (18 въпрос), тъй като температурата на тялото се променя без да получава количество топлина ($dQ = 0, dT \neq 0 \Rightarrow C = \frac{dQ}{dT} = 0$) т.е. при адиабатен процес всички топлинни капацитети на всички тела са равни на нула. За изотермния процес ($n = 1$) ще получим $C_\mu \rightarrow \infty$, което също може да се види от определението за топлинен капацитет $dQ \neq 0, dT = 0 \Rightarrow C = \frac{dQ}{dT} \rightarrow \infty$ – тялото получава количество топлина, а температурата му не се повишава т.е. топлинният му капацитет е безкрайно голям.