Кинематика на материална точка. Основни понятия – пространство, време, отправна система, материална точка. Основни кинематични величини – преместване, път, скорост, ускорение.

Класическа механика

Механиката е наука, която изучава най-простата и най-обща форма на движение на материята – механичното движение. Под механично движение във физиката се разбира механичното преместване на едно тяло спрямо друго в пространството (движение) или преместване на частите на дадено една спрямо друга (деформация).

Механиката е тази част от физиката, която най-непосредствено е свързана с нашите всекидневни наблюдения и опит и която разглежда движението и взаимодействието на заобикалящите ни тела. Основните ѝ закони са установени и формулирани от Г. Галилей и И. Нютон през XVII в. Те описват движението на телата с неголеми скорости, както и на небесните тела. Механиката на Галилей и Нютон, която изучава движението на телата със скорости, значително по-малки от скоростта на светлината ($v \ll c$), се нарича класическа механика.

От своя страна класическата механика се дели на три части: кинематика, динамика и статика. Кинематиката е дял от механиката, в който се изучават характеристиките на движението на телата (път, скорост, ускорение), без да се засяга въпросът за причините, които пораждат това движение. Динамиката е този дял от механиката, в който се изучават законите за движение на телата във връзка с причините, които го пораждат. Статиката изучава законите за равновесие на телата.

В настоящия раздел ще разгледаме основите на кинематиката и динамиката.

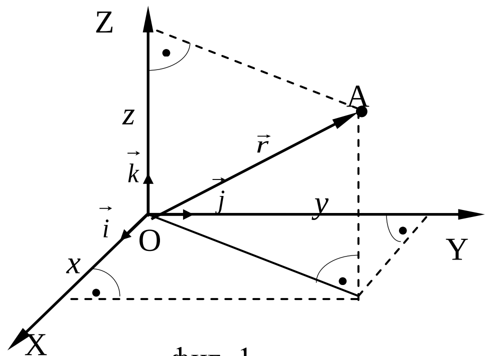
Кинематика на материална точка

Време и пространство. Материална точка. Отправна система.

Всяко изменение на състоянието на реалните обекти в природата или на избраните от нас модели при изучаването на даден процес се нарича събитие. Всички събития се осъществяват във времето и пространството. Те се явяват първични понятия, за които не може да се даде точно определение, но можем да получим представа за тяхната същност чрез основните им характеристики. Времето характеризира продължителността и последователността на събитията, а пространството – размерите и взаимното разположение на обектите.

Най-простият модел, който се използва в механиката при изучаване движението на телата, е материална точка. Материалната точка е обект, за който можем да приемем, че всичките му характеристики, с изключение на масата, са несъществени при даден процес, т.е. можем да пренебрегнем размерите, формата, температурата, електричния заряд, веществото, от което е изграден и т.н. В кинематиката не се интересуваме дори и от масата на обекта – той представлява за нас една математическа точка.

Движението на дадено тяло (при кинематичното разглеждане на движението, винаги когато говорим за тяло, ще имаме предвид материална точка) може да се опише чрез промяна на местоположението му в пространството за даден интервал от време. Движението (както и покоят) обаче, е относително – тялото **A** може да се движи спрямо тялото **B**, но да се намира в покой спрямо тялото **C**. Това може да се илюстрира например с пътник в движещ се влак (автомобил, самолет) – пътникът се движи спрямо Земята, но е неподвижен спрямо превозното средство. За това възниква необходимостта от въвеждането на отправно тяло – такова тяло, което ние приемаме за неподвижно при дадено разглеждане. Най-често за такова тяло се приема Земята (по подразбиране), освен ако не е изрично посочено друго тяло.



фиг. 1

За да се определи положението на една материална точка в пространството, обикновено се използва отправна система. Тя представлява отправно тяло, неподвижно свързано с началото на координатна система. В такава отправна система, местоположението на тялото се определя чрез радиус-вектор $\vec{r}$. Това е вектор с начало в началото на отправната система и край в точката, в която се намира тялото. По този начин еднозначно може да се определи местоположението на тялото (всяка точка от пространството има различен радиус вектор). Друг начин за определяне на местоположението (еквивалентен на първия) е чрез проекциите на радиус-вектора върху координатните оси –

това са координатите на точката в дадената отправна система. Броят на координатите, с помощта на които еднозначно се определя положението на дадена точка или тяло, се нарича брой на степените на свобода. В тримерното пространство този брой е три, но ако описваме движението в равнина са ни достатъчни две координати, а върху права – една. Най-простият случай на координатна система е Декартовата (правоъгълна) координатна система, в която трите оси са взаимно перпендикулярни (фиг. 1). Проекциите на радиус-вектора $\vec{r}$ върху трите оси са съответно числата ***x***, ***y*** и ***z***. Всяка от тези проекции може да се представи като вектор – $x\vec{i}$, $y\vec{j}$, $z\vec{k}$, където $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ са единичните вектори по съответните оси (единичният вектор е вектор с дължина единица). От фиг. 1 се вижда, че радиус-векторът $\vec{r}$ може да се представи като сума от тези вектори:

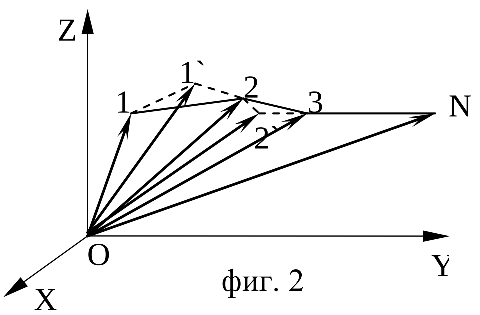
(1) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Като приложим два пъти Питагоровата теорема, можем да определим и големината на радиус-вектора чрез координатите му:

$$r \equiv \left|\vec{r}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, .$$

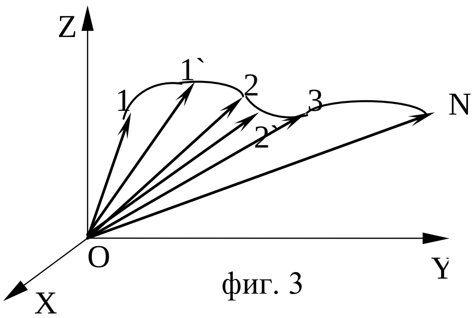
Траектория, път, преместване

След като можем да определим местоположението на дадено тяло, за да опишем движението трябва да намерим начин да описваме промяната на местоположението му. Тъй като тази промяна се извършва във времето, трябва да прикрепим към отправното тяло и подходящо избран часовник за отчитане на времето. Така отправната система, която включва отправно тяло, координатна система и часовник, вече е подходяща за описване и на движението на тялото, а не само на местоположението му.



фиг. 2

Нека разгледаме тяло, което в даден момент $\boldsymbol{t_1}$ заема положение **1** в пространството. Да предположим, че с течение на времето тялото се премества и заема нови положения: **2** в момента $\boldsymbol{t_2}$, **3** в момента $\boldsymbol{t_3}$ и т.н. до някакво крайно положение **N** в момента $\boldsymbol{t_N}$. Преходът на тялото от положение **1** до положение **N** се изобразява със сложна начупена линия (фиг. 2). Ако определяме по-често местоположението на тялото в интервала от $\boldsymbol{t_1}$ до $\boldsymbol{t_N}$ ще получим по-гладка начупена линия (пунктираната линия на фиг. 2). Ако можем да определяме местоположението във всеки момент от време, ще получим гладка крива линия – в нашия случай кривата **1–N** (фиг. 3).

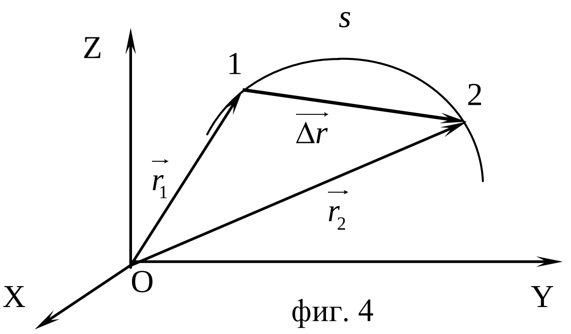


фиг. 3

Тази крива линия се нарича траектория на движението. Ако свържем отделните положения на тялото в различните моменти от време с началото **O** на координатната система, ще получим съответните радиус-вектори за всяко негово местоположение при движение по траекторията му: $\vec{r}_1(t), \vec{r}_2(t), \vec{r}_3(t), \ldots, \vec{r}_N(t)$. Вижда се, че при преместването на тялото радиус-векторът се променя както по големина, така и по посока, а краят му се движи в пространството и описва траекторията на движението **1–N**.

Ако тялото в момент от време $\boldsymbol{t_1}$ се намира в точка **1** с радиус-вектор $\vec{r}_1(t)$, а в момент $\boldsymbol{t_2}$ – в точка **2** с радиус-вектор $\vec{r}_2(t)$ (фиг. 4), движението му от **1** до **2** може да се опише с две физични величини – преместване и път. Преместването $\overrightarrow{\Delta r}$ е вектор, равен на разликата от радиус-векторите в крайното (т. **2**) и началното (т. **1**) положения на тялото:

$$\overrightarrow{\Delta r}(t) = \vec{r}_2(t) - \vec{r}_1(t) \, .$$



фиг. 4

(Всички величини, които ще въвеждаме в кинематиката зависят от времето ***t***. Затова в уравненията оттук нататък няма да пишем аргумента ***t*** на разглежданите функции, ще го приемаме по подразбиране).

Както се вижда от определението, преместването зависи само от началното и крайното положение на тялото. Ако то се придвижи от т. **1** до т. **2** и след това обратно до т. **1** преместването му ще бъде **0**. Затова понякога е удобно да се използва друга величина, описваща движението – изминатият път ***s***. Пътят е разстоянието по траекторията между т. **1** и т. **2** изминато от тялото. От определението се вижда, че пътят е скаларна, при това винаги положителна, величина. Мерната единица за дължина – метър [m] е основна в **SI**. Преместването и пътят се измерват в метри. Като сравним големината на преместването $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|$ с изминатия път ***s*** (можем да ги сравняваме, защото и двете са скаларни величини и се измерват с еднакви мерни единици), виждаме, че $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right| \le s$. Равенство имаме само когато движението е праволинейно и при това еднопосочно.

Скорост на движение

Величините преместване и път, които въведохме за характеризиране на движението, очевидно не са достатъчни за пълното му описание. Две тела могат да изминат еднакъв път за различно време. Трябва да въведем величина, която да включва и времето, за което се извършва дадено движение. Тази величина се нарича скорост на движение и може да се определи като преместването на тялото за единица време. От определението следва, че скоростта, също както и преместването, е векторна величина. Определената по този най-общ начин скорост се нарича средна скорост $\left\langle \vec{v} \right\rangle$. Ако за интервал от време **Δ*t***, преместването му е $\overrightarrow{\Delta r}$, средната скорост се дефинира с равенството:

$$(2)\quad \left\langle \vec{v} \right\rangle = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}.$$

От (2) се вижда, че скоростта по посока съвпада с посоката на преместването $\overrightarrow{\Delta r}$ и има размерност дължина върху време, или мерната ѝ единица е метър в секунда [m/s].

Тъй като $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right| \le s$ (хордата винаги е по-малка от прилежащата ѝ дъга), при криволинейните движения за големината на средната скорост е в сила неравенството:

$$\left|\left\langle \vec{v} \right\rangle\right| \le \frac{s}{\Delta t}.$$

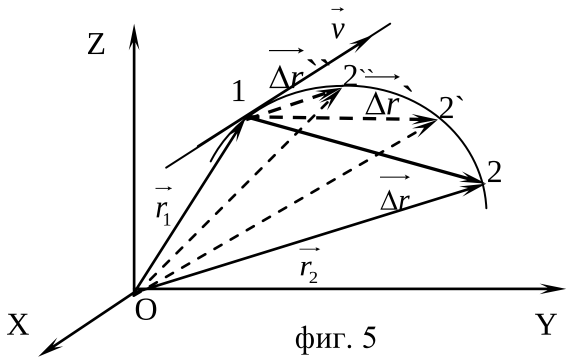
Ако движението на тялото е еднопосочно по права линия, е изпълнено:

$$\left|\left\langle \vec{v} \right\rangle\right| = \frac{s}{\Delta t} = \frac{\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|}{\Delta t},$$

или в този случай големината на средната скорост се определя от изминатия път за единица време.

От определението се вижда, че средната скорост не ни дава достатъчно информация за движението, особено при периодични движения (напр. движение по окръжност), а повечето движения в природата са именно такива. Ако едно тяло се движи от т. **A** до т. **B** и обратно до т. **A**, неговата средна скорост е нула, т.е. ние не получаваме никаква информация за движението. Затова се въвежда величината моментна скорост (или просто скорост), която се дефинира като преместването $\overrightarrow{dr}$ за безкрайно малък интервал от време ***dt***:

$$(3)\quad \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt}.$$



фиг. 5

Такова равенство в математиката дефинира производна на функция, следователно скоростта е първа производна на радиус-вектора по времето. От фиг. 5 се вижда, че при приближаване на т. **2** към т. **1**, векторът $\overrightarrow{\Delta r}$ се приближава до допирателната в т. **1**. В граничния случай $\overrightarrow{dr}$ (а следователно и $\vec{v}$, тъй като те по определение имат еднакви посоки) ще бъде насочен по допирателната към кривата. Това означава, че скоростта винаги е насочена по допирателната на траекторията на движение. Тъй като при **Δ*t*→0** е изпълнено $\left|\overrightarrow{dr}\right| = ds$, големината на моментната скорост ще бъде:

$$v \equiv \left|\vec{v}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{dr}\right|}{dt} = \frac{ds}{dt}.$$

В този запис ***v*** е еквивалентно на $\left|\vec{v}\right|$, но не можем да пишем ***dr***, защото в общия случай $\left|\overrightarrow{dr}\right| \ne dr$!!!

Също както постъпихме и при радиус-вектора $\vec{r}$ (1), ние можем да проектираме вектора $\vec{v}$ по координатните оси и да го изразим като векторна сума на проекциите му:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

а големината на векторът на скоростта е:

$$v \equiv \left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Ускорение

Видяхме, че скоростта на движение също може да се променя по време на движение. За да може да описваме промяната на скоростта се въвежда нова величина, наречена ускорение. То играе същата роля спрямо скоростта, както скоростта спрямо преместването – определя изменението на скоростта за определен интервал време. Ускорението също е векторна величина и посоката ѝ е по посока на вектора на изменение на скоростта $\overrightarrow{\Delta v}$. И тук по подобен начин можем да въведем величините средно и моментно ускорение. Средното ускорение се дефинира като изменението на скоростта за единица време:

$$(4)\ \left\langle \vec{a} \right\rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

От (4) се вижда, че мерната единица за ускорението е метър в секунда на квадрат [m/s^2].

Също както средната скорост, средното ускорение не е много информативна величина. Затова и тук по подобен начин се въвежда моментно ускорение (или просто ускорение), което ни дава информация за ускорението в даден момент от движението на тялото:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Вижда се, че ускорението е първата производна на скоростта по времето. Като заместим моментната скорост с израза (3), ще получим:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2},$$

т.е. ускорението е втора производна на радиус-вектора по времето. Ако разложим вектора $\vec{a}$ по компоненти, подобно на радиус-вектора (1) и скоростта, можем да изразим големината на ускорението чрез неговите проекции по координатните оси:

$$a \equiv \left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$