

Кинематика на хармоничните трептения. Пружинно, математично и физично махало. Събиране на хармонични трептения с еднакви направления и честоти. Енергия на хармоничното трептене. Затихващи и принудени трептения

1. Кинематика на хармоничните трептения.

зад 1. Определете амплитудата, кръговата честота, периода и началната фаза на хармоничното трептене на материална точка, което се извършва по закона $x = 12 \cos(\pi t / 3 + \pi / 2)$ [m].

зад 2. [1] Топче извършва хармонично трептене по закона $x = 0.5 \cos(10t)$. В коя точка топчето ще се движи с ускорение 4 m/s^2 ?

Дадено: $x = 0.5 \cos(10t)$, $a = 4 \text{ m/s}^2$, $x = ?$

Отг. $t = 8.5 \text{ s}$, $x = 0.04 \text{ m}$

Зад. 3. [1]. В момент от време $t = 0$ отклонението на тяло окачено на пружина е $(-8.5) \text{ cm}$ а скоростта и ускорението му са съответно: $(-0.92) \text{ m/s}$ и 47 m/s^2 . На колко са равни кръговата честота и началната фаза на трептенето?

Дадено: $t = 0$, $x_1 = (-8.5) \text{ cm}$, $v = (-0.92) \text{ m/s}$, $a = 47 \text{ m/s}^2$, $\omega = ?$, $\varphi_0 = ?$

зад.4. Материална точка извършва хармонично трептене. Амплитудата на трептенето е $A = 5 \text{ cm}$, кръговата честота е 2 rad/s , началната фаза е нула. Да се определи ускорението на точката в момента когато скоростта и е равна на 8 cm/s .

Дадено: $A = 5 \text{ cm}$, 2 rad/s , $\varphi_0 = 0$, $v = 8 \text{ cm/s}$, $a = ?$

зад. 5. Да се определи началната фаза на хармонично трептене на материална точка, ако за време $t = 0.25 \text{ s}$ от започването на трептенето, отклонението е равно на половината от амплитудата. Периодът на трептенето е $T = 8 \text{ s}$.

Дадено: $t = 0.25 \text{ s}$, $x = A/2$, $T = 8 \text{ s}$, $\varphi_0 = ?$

Пружинно, математично и физично махало.

зад. 6. Топче с маса $m = 400 \text{ g}$ се окачва на пружина при което тя се разтяга под въздействие на силата на тежестта. Коефициентът на еластичност на пружината е $k = 33 \text{ N/m}$. Определете кръговата честота и периода на хармонично трептене на топчето.

зад. 7. На пружина е окачено тяло с маса $m = 5 \text{ kg}$. Като се знае че пружината под действието на сила 5 N се разтяга на 0.02 m да се определи периодът на вертикалните трептения на тялото.

Дадено: $m = 5 \text{ kg}$, $F = 5 \text{ N}$, $x = 0.02 \text{ m}$, $T = ?$

зад. 8. Определете периода и честотата на трептене на математично махало с дължина $l = 1 \text{ m}$, ако $g = 9.800 \text{ m/s}$. Как се променя периодът ако дължината му се увеличи 4 пъти?

зад. 9. (незадължителна) Определете периода на трептене на прът (физично махало) с

дължина 1 m около ос минаваща през единия му край. $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2/3}{mgl/2}} = 1.64 \text{ s}$

Събиране на хармонични трептения с еднакви направления и честота.

зад.10. [1] Две хармонични трептения извършвани в еднакви направления с еднакви периоди имат амплитуди $A_1=3$ cm и $A_2=4$ cm. Резултантното трептене получено при събирането им има амплитуда 7 cm. Каква е фазовата разлика между двете трептения?

Дадено: $A_1=3$ cm, $A_2=4$ cm, $A=7$, $\Delta\varphi=?$

зад. 11. Две хармонични трептения с еднакви направления имат един и същи период, фазова разлика $\pi/3$ и амплитуди съответно $A_1=5$ cm и $A_2=3$ cm. Да се определи амплитудата получена в резултат от наслагването на двете трептения.

Дадено: $A_1=5$ cm, $A_2=3$ cm, $\Delta\varphi=\pi/3$, $A=?$

Енергия на хармоничното трептене.

зад. 12. [1] Тяло окачено на пружина с твърдост 2 kN/m извършва хармонично трептене с амплитуда 7.1cm. Определете потенциалната и кинетичната енергия на тялото при фаза $\pi/4$ rad.

Дадено: $k=2$ kN/m, $A=7.1$ cm, $\varphi=\pi/3$, $W_k=?$, $W_p=?$

зад. 13. Да се определи масата на тяло извършващо хармонично трептене с амплитуда $A=0.2$ m и честота $\nu=4$ Hz ако пълната енергия на ХТ е $W=15 \cdot 10^{-3}$ J. Колко секунди след началото на трептенето кинетичната енергия ще бъде равна на потенциалната при

начална фаза $\varphi_0=\pi/6$? Отг. $t=\frac{1}{24\nu}=0.01$ s

зад. 14. Амплитудата на трептене на хармонично трептяща точка е $A=0.04$ m. Пълната енергия на трептенето е $W=5 \cdot 10^{-6}$ J. При какво отместване от равновесното положение, върху трептящата точка ще действа сила $3.5 \cdot 10^{-4}$ N?

Дадено: $A=0.04$ m, $W=5 \cdot 10^{-6}$ J, $F=3.5 \cdot 10^{-4}$ N, $x=?$

Затихващи и принудени трептения.

зад. 15. [1] Тяло с маса 1 kg е окачено на пружина с коефициент на еластичност 10 N/m. Тялото извършва трептене в среда с коефициент на съпротивление 2N s/m. Намерете кръговата честота на затихващото трептене и логаритмичният декремент на затихване.

Дадено: $m=1$ kg, $k=10$ N/m, $r=2$ N s/m, $\omega=?$, $\lambda=?$, $t_I=?$

Решение: $\beta=\frac{r}{2m}$, $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=3$ [rad/s], $\lambda=\ln\frac{A(t)}{A(t+T)}=\beta T=\beta\frac{2\pi}{\omega}=2.09$

зад.16. Тяло с маса 1 kg е окачено на пружина с коефициент на еластичност 100 N/m. Определете качествения фактор (Q-фактора) на пружинно махало извършващо трептения с коефициент на затихване $\beta=0.05$ s⁻¹. Определете резонансната амплитуда A_{max} на трептене на махалото ако под действие на постоянна външна хармонична сила то се разтяга с $A_0=0.1$ m.

$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=10\frac{rad}{s}$, $Q=\frac{A_{max}}{A_0}=\frac{\omega_0}{2\beta}=100$, $A_{max}=A_0Q=10$ m

зад.17. [1] Тяло с маса 500g е окачено на пружина с коеф. на еластичност 200 N/m. На колко е равна резонансната честота на принудените трептения ако коефициентът на затихване е 4.415 s⁻¹?

Дадено: $m=500$ gr, $k=200$ N/m, $\beta=4.415$ s⁻¹, $\nu_r=?$ Отг. $\omega_r=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}=19$ [rad/s], $\nu_r=3$ s⁻¹

[1]. „Сборник тестови въпроси и задачи по физика”, Е. Халова, Р. Кобиларов, С. Николов, София, 2006

[2].”Основи на физиката”, ч. 2, М. Максимов. Булвест 2000, София, 2010.