

Хармонични трептения:

1) Уравнение на хармонично трептене:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

2) Кръгова честота:

$$\omega = 2\pi\nu$$

3) Скорост на хармоничното трептяща точка:

$$v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

4) Ускорение на хармоничното трептяща точка:

$$a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x$$

5) Сила под действие на която точка с маса m извършва хармонично трептене

$$F_x = -m\omega_0^2 x = -kx$$

$$k = m\omega_0^2 \quad [\text{N/m}] \quad \text{-коефициент на силата}$$

6) Период на математическо махало:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad l \text{ дължина на махалото, } g \text{ земно ускорение}$$

7) Период на пружинно махало:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad m \text{ - маса, } k \text{ - твърдост на пружината}$$

8) Период на физично махало:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} = \sqrt{\frac{I_p}{g}}, \quad I \text{ инерчен момент, } l \text{ дължина, } l \text{ -приведена дължина}$$

9) Кинетична, потенциална и пълна енергия:

$$W_k = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$W_p = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2}kx^2$$

$$W = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

10) При събиране на две хармонични трептения с еднакви направления и честоти

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

11) Период на биене:

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

12) Уравнение на затихващо трептене:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt}, \text{ или } \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

A_0 амплитуда в началния момент

$$\beta = \frac{r}{2m}$$

r – коефициент на съпротивление

m – маса на трептящото тяло

13) Кръгова честота на затихващо трептене

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ – кръгова честота на собствено трептене}$$

14) Логаритмичен декремент на затихване:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T$$

15) Амплитуда на принудено трептене на материална точка с маса m (при въртяща сила $F_x = -kx$, съпротивителна сила $F_c = -r dx/dt$ и принуждаваща сила $F = F_0 \cos \omega t$).

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \Omega t$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$x_1 = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x_2 = A \cos(\Omega t + \varphi)$$

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$

16) Резонансна честота:

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{кръгова честота на собствено трептене}$$

17) Резонансна амплитуда:

$$A_{\max} = \frac{F_0}{2m\beta \sqrt{(\omega_0^2 - \beta^2)}}$$